
Negyedik előadás (Fizika)

A lejtő mint kényszer

Egy α hajlásszögű lejtő egyszerű gép, ez azt jelenti, hogy segítségével kisebb nagyságú erővel lehet egy testet h magasságba emelni. Ha egy ideális lejtőre egy m tömegű testet helyezünk és elengedjük a mozgásegyenlet a következő:

$$mg \sin(\alpha) = ma$$

Ha súrlódó a lejtő felülete, a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense ($mg \sin(\alpha)$) mellett fellép a mozgás irányával ellentétes $F_s = \mu N$ súrlódási erő is:

$$\begin{aligned} mg \sin(\alpha) - \mu N &= ma, \\ mg \sin(\alpha) - \mu mg \cos(\alpha) &= ma, \\ a &= g \sin(\alpha) - \mu g \cos(\alpha). \end{aligned}$$

A munkatétel

Ha egy test erőhatás következtében elmozdul munkavégzésről beszélünk. A munkavégzés során az egyik test által a másiknak átadott energiát munkának nevezzük.

$$W = F \Delta s$$

Ez a képlet csak akkor alkalmazható, ha az erő a folyamat során végig állandó és az erő és az elmozdulás vektorok párhuzamosak egymással. A munka előjeles skalár, mértékegysége $\text{Nm} = 1\text{J}$. A munka kissé általánosabb kiszámítását teszi lehetővé a következő definíció:

$$W = \mathbf{F} \mathbf{r} = F \cdot r \cdot \cos(\alpha).$$

Ekkor a munkát az erő és az elmozdulás vektorok skaláris szorzataként értelmezzük. A képlet akkor alkalmazható, ha a vektorok α szöget zárnak be egymással, de az erő nagysága a mozgás során állandó. Ha az erő nagyságát ábrázoljuk a pozíció függvényében a grafikon alatti terület számértékileg megadja a végzett munkát.

A munkatétel szerint a testre ható erők erdőjének a testen végzett munkája egyenlő a test mozgási energiájának a megváltozásával.

$$W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

A munkatétel nagy előnye, hogy sok esetben bonyolult problémák egyszerűen kezelhetők a segítségével.

A mechanikai energia megmaradás tétele

A mechanikai energia megmaradása csak ún. konzervatív mezőkben vagy erőterekben lehetséges. Konzervatív erőterekben az elvégzett munka nem függ a pályagörbe alakjától. A végzett munkát a kezdeti és a végállapot egyértelműen meghatározza. *Egy test energiával rendelkezik akkor, ha alkalmas körülmények között munkát végezhet.* Fontos: bár a munka fogalmát az energiával, az

energia fogalmát a munkával adtuk meg, a két fogalom különbözik egymástól. Míg egy testnek vagy rendszernek lehet energiája, munkája nem. Ennek oka az, hogy a munka fogalma nem a testhez, hanem a munkavégzéshez kapcsolódik. A mechanikai energia megmaradás tétele szerint konzervatív erőterben egy test kinetikus (mozgási) és potenciális (helyzeti) energiája megmaradó mennyiség:

$$\begin{aligned} E_1^{\text{kin}} + E_1^{\text{pot}} &= E_2^{\text{kin}} + E_2^{\text{pot}} \\ K_1 + V_1 &= K_2 + V_2, \end{aligned}$$

ahol $K = \frac{1}{2} m v^2$ a test mozgási energiája, amely csak a test tömegétől és sebességétől függ, V pedig a test potenciális energiája, amely a teljes rendszer tulajdonsága. A potenciális energia kizárólag a rendszer alkotórészei között fellépő kölcsönhatás típusától és az alkotóelemek egymáshoz képesti elrendeződésétől függ. A potenciális energia kapcsolata az erővel a következő:

$$F(x) = -\frac{\partial V(x)}{\partial x}.$$

Helyzeti energia Föld nehézségi erőterében: $V_{\text{neh}} = m g h$
 Egy rugó potenciális energiája: $V_{\text{rug}} = \frac{1}{2} D x^2$

A mechanikai energia megmaradás tétele nem alkalmazható, ha a súrlódás vagy a közegellenállás jelentős szerepet játszik! Az ütközési jelenségek közül csak a tökéletesen rugalmas ütközések esetén marad meg a mechanikai energia (lásd később).