Fizika

Szabó István PhD

PTE MIK

2019.

Dinamika

- Tapasztalatok az erővel kapcsolatban: elhajított kő, kilőtt nyílvessző, ásás, favágás
- Aristoteles: „az erő a mozgás fenntartója”
- Galilei: „a mozgás fenntartásához nem szükséges erő”.

Dinamika

- Tapasztalatok az erővel kapcsolatban: elhajított kő, kilőtt nyílvessző, ásás, favágás
- Aristoteles: „az erő a mozgás fenntartója”
- Galilei: „a mozgás fenntartásához nem szükséges erő”.

Dinamika

- Tapasztalatok az erővel kapcsolatban: elhajított kő, kilőtt nyílvessző, ásás, favágás
- Aristoteles: „az erő a mozgás fenntartója”
- Galilei: „a mozgás fenntartásához nem szükséges erő”.

Dinamika

A tapasztalatok szerint: olyan vonatkoztatási rendszerben a legegyszerűbb a mozgások leírása, amely egyenesvonalú, egyenletes mozgást végez. Az egyenesvonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszert *inerciarendszer*nek nevezzük. *Ha egy rendszer inerciarendszer, akkor a hozzá képest minden egyenesvonalú egyenletes mozgást végző rendszer is inerciarendszer. Az inerciarendszerek között nem lehetséges kitüntetett (nyugvó) koordináta-rendszert találni. Ezt a felismerést Galilei-féle relativitási elvnek nevezzük*

Dinamika

Newton jött rá, hogy a mechanika négy alapfeltevésből (axiómából vagy törvényből) kiindulva tárgyalható. Az axiómák olyan alapigazságok, amelyeket nem lehet (vagy nem akarunk) igazolni. Helyességüket a belőlük levont következtetéseknek a tapasztalatokkal való széleskörű összevetése igazolja.

Dinamika

Newton első törvénye (A tehetetlenség törvénye): Minden test egyenesvonalú egyenletes mozgást végez vagy nyugalomban marad mindaddig, amíg erő nem hat rá.
Másképpen fogalmazva: A testek természetes állapota nyugalom és az egyenes vonalú egyenletes mozgás.

A második axióma

Newton második törvénye: A testre ható erő egyenlő a test lendületének ($\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{v}$-nek) időbeli megváltozásával:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F} &= \dot{\boldsymbol{p}} \\ \boldsymbol{F} &= \frac{d\,\boldsymbol{p}}{d\,t} = \frac{d\,(m\,\boldsymbol{v})}{d\,t} \\ \boldsymbol{F} &= \dot{m}\boldsymbol{v} + m\,\dot{\boldsymbol{v}}. \end{aligned}$$

Abban a speciális esetben, ha a tömeg nem változik a mozgás során ($\dot{m} = 0$)

$$\boldsymbol{F} = m\dot{\boldsymbol{v}} \quad = m\,\boldsymbol{a}.$$

A harmadik és negyedik axióma

Newton harmadik törvénye (hatás-ellenhatás törvénye): Ha egy A test erőt fejt ki egy B testre, akkor a B test is azonos nagyságú, ellentétes irányú ellenerőt fejt ki B testre. Az erő és az ellenerő különböző testekre hat. Másként megfogalmazva az erők párosával jelennek meg. Elektrodinamikában ez az állítás sérül.

Newton negyedik törvénye: Viccesen fogalmazva nincsen női és férfi erő vektor. Ha lenne, akkor a hím-nő kölcsönhatás nem egyezne meg a nő-nő vagy a hím-hím kölcsönhatással. Ha egyidejűleg több erő hat egy testre az erőket a vektori összeadás szabályai szerint adhatjuk össze.

A dinamika alapegyenlete

A második és a negyedik törvényt együttesen alkalmazva kapjuk meg a dinamika alapegyenletét:

$$\underbrace{\sum_i \boldsymbol{F}_i = \dot{\boldsymbol{p}}}\Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \sum_i \boldsymbol{F}_x = m\ddot{x} \\ \sum_i \boldsymbol{F}_y = m\ddot{y} \\ \sum_i \boldsymbol{F}_z = m\ddot{z} \end{array} \right\} \Rightarrow \quad \text{3 skalár e.}$$

Ilyen típusú differenciálegyenlet rendszer megoldása a matematika legnehezebb problémái közé tartozik.

A dinamika alapegyenlete

$$\underbrace{\sum_i \boldsymbol{F}_i}_{ok} = \underbrace{\dot{\boldsymbol{p}}}_{okozat}$$

A dinamika alapegyenlete nem azonosságot fejez ki! A bal oldal az adott test környezetében található testek hatását fejezi ki. Ezeket a testeket nevezzük *az erők forrásainak*. Az egyenlet jobb oldala kizárólag az m tömegű testre vonatkozik. Tehát fizikai értelemben az $\dot{\boldsymbol{p}}$ vagy $m\boldsymbol{a}$ nem erő. Másképpen fogalmazva $m\boldsymbol{a}$ formálisan egyenlő az erővel, de fizikai értelemben nem ekvivalens vele.

Az inerciarendszer

Mi hát akkor az erő? Egy kölcsönhatás reprezentációja. Ennél pontosabban nem tudjuk megfogalmazni! Az elemi részecskék szintjén az erő nem, az energia viszont fontos szerepet kap.

Az inerciarendszer

Korábban hangsúlyoztuk, hogy a Newton-törvények csak egyenesvonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszerben (inerciarendszerben) érvényesek! Ha a vonatkoztatási rendszer gyorsul vagy lassul, akkor a Newton-egyenleteket korrekciókkal kell kiegészíteni. Ezeket a korrekciókat nevezik tehetetlenségi vagy inercia erőknek. Newtoni értelemben ezek nem erők, mert nincs forrásuk. A klasszkus mechanika egyik legrejtélyesebb elve a Mach-elv. A Mach-elv szerint a tehetetlenségi erők is valódi erők, melyek forrásai a világegyetem távoli nagy tömegű objektumai (galaxisok, galaxishalmazok).

kényszermozgások

A mindennapi életben gyakran az erőhatást valamilyen eszköz kötél, rúd, csiga, lejtő segítségével fejtjük ki. Ezek a kényszerek a testek mozgását korlátozzák! Az összes kényszert deformálhatatlannak tekintjük!

kényszer	funkció	idealizáció
kötél	távoli testek elérése csak húzóerőt fejt ki	„súlytalan”
rúd	távoli testek elérése húzó és nyomóerőt is ki tud fejteni	„súlytalan”
csiga	az erő hatásvonalának elforgatása, nem tudja megosztani az erőket	„súlytalan”

kényszermozgások

kényszer	funkció	idealizáció
felület	lejtő típusú egyszerű gép csak normál irányú erőt fejt ki	„súrlódásmentes”
síkcsukló	ajtópánt, zsanér csak síkbeli elfordulást tesz lehetővé	„súrlódásmentes”

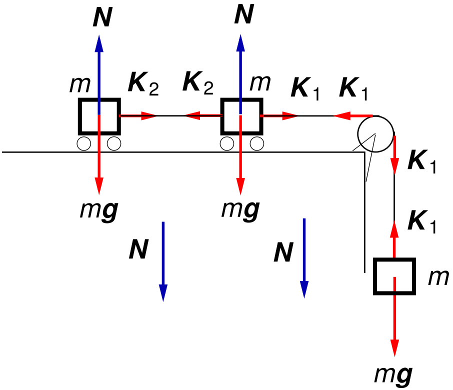
kényszermozgások

A kényszerproblémákat a következő lépésenként célszerű megoldani:

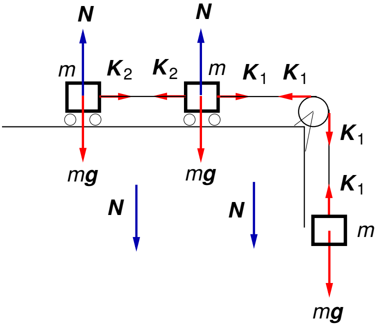
- *i*) berajzoljuk a testekre ható erőket
- *ii*) minden testre felírjuk Newton második törvényét
- *iii*) annyi független egyenlet szükséges, ahány ismeretlen van
- *iv*) az ismeretlenek száma a kényszerkapcsolatok meghatározásával csökken
- *v*) megoldjuk az egyenletrendszert
- *vi*) diszkutáljuk a megoldást

kényszermozgások

A fonalaknak feszítetteknek kell lenniük! Ha feszes a fonál mindkét vége erőt fejt ki a vele érintkező testekre.



kényszermozgások



A kényszerfeltételek: A kötél nyújthatatlansága miatt
$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3$
$\Rightarrow a_1 = a_2 = a_3 = a$.
A dinamikai egyenletek:

$$mg - k_1 = ma \quad (1)$$
$$K_1 - K_2 = ma \quad (2)$$
$$K_2 = ma \quad (3)$$
$$N - mg = 0 \quad (4)$$
$$N - mg = 0 \quad (5)$$

kényszermozgások

Az utolsó két egyenletnek, súrlódás hiányában nincs jelentősége. Ha a súrlódási erő nem elhanyagolható, akkor ezek az egyenletek fejezik ki, hogy a testekre ható nyomóerő nagysága megegyezik a testekre ható nehézségi erővel.

$$\begin{aligned} N - mg &= 0 \\ N &= mg \end{aligned}$$

Tehát az első három egyenletből álló rendszert oldjuk meg.

$$m\,g - k_1 = m\,a \tag{1}$$

$$K_1 - K_2 = m\,a \tag{2}$$

$$K_2 = m\,a \tag{3}$$

kényszermozgások

$$\left.\begin{array}{rcl} m\,g - \cancel{K_1} & = & m\,a \\ \cancel{K_1} - \cancel{K_2} & = & m\,a \\ \cancel{K_2} & = & m\,a \end{array}\right\}(+)$$

Az ismeretlenek száma három (a, K_1, K_2) és három független egyenletünk van. A gyorsulást úgy kaphatjuk meg, hogy az egyenleteket összeadjuk, ekkor a kötélerők kiesnek.

$$\begin{array}{rcl} \cancel{m}\,g & = & 3\,\cancel{m}\,a \\ g & = & 3\,a \\ a & = & \dfrac{g}{3} \end{array}$$

kényszermozgások

A kötélerőket a gyorsulás ismeretében könnyen meg tudjuk határozni:

$$K_2 = \frac{m\,g}{3}$$

$$K_1 = \frac{2\,m\,g}{3}$$

Nagyon fontos, hogy algebrailag (előjelesen) összeadni a vektorokat csak abban a nagyon speciális esetben szabad, ha az erők hatásvonala azonos (az erők egy egyenesbe esnek)!

kényszermozgások

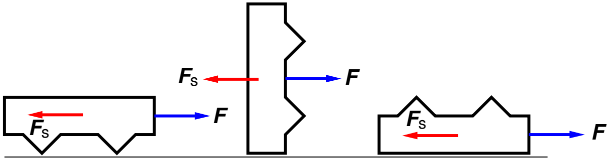
Diszkusszió: a rendszer gyorsulásának kisebbnek kell lennie mint g, ez teljesül! Továbbá K_1-nek nagyobbnak kell lenni mint K_2, ez is teljesül! Ha visszahelyettesítjük az eredményeket az egyenletekbe, azonosságokat kell kapnunk:

$$\begin{aligned} mg - \frac{2mg}{3} &= m\frac{g}{3} \\ \frac{2mg}{3} - \frac{mg}{3} &= m\frac{g}{3} \\ \frac{mg}{3} &= m\frac{g}{3} \end{aligned}$$

ezek is teljesülnek!

A csúszási súrlódás

Készítsük el a következő próbatestet és fejtsünk ki rá akkora vonóerőt, hogy a vontatás sebessége állandó legyen.



A csúszási súrlódás

Newton II. axiómája értelmében ha $v =$állandó, akkor $\sum \boldsymbol{F} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{\text{súrl}} = 0$. Mivel $\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F}_{\text{súrl}}$, tehát a próbatestre hat egy a vonóerővel ellentétes irányú, a vonóerővel egyenlő nagyságú erő. Ez a súrlódási erő. Tapasztalat szerint a próbatest mindhárom pozíciójában azonos a súrlódási erő. A csúszási súrlódási erő tehát független az érintkező testek felületétől és a vontatás sebességtől is. A csúszási súrlódási erőt csak kis mértékben okozzák a felületek felületi egyenetlenségei. Jelentősebb a felületekre tapadt szennyeződések hatása és a felületek közötti molekuláris kölcsönhatások hatása. Ha csak szennyeződések vannak jele „száraz súrlódásról”, kenőanyagok alkalmazásával (gépek alkatrészei) „nedves súrlódásról” beszélünk.

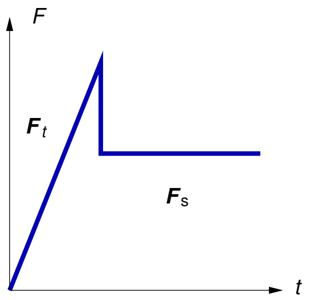
A csúszási súrlódás

A csúszási súrlódási erő matematikai alakban:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{cs}} = -\underbrace{\mu}_{\text{súrl. e.}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{ny}} \frac{\boldsymbol{v}}{v},$$

$\frac{\boldsymbol{v}}{v}$ az elmozdulás irányába mutató egységnyi hosszú vektor. A csúszási súrlódási erő ezzel a vektorral ellentétes irányú. A csúszási súrlódás szükséges feltétele, hogy az érintkező testek között relatív sebességkülönbség legyen!
A csúszási súrlódásra vonatkozó törvény nagyjából jól írja le a jelenségeket, de nem pontosan.

A tapadási súrlódás



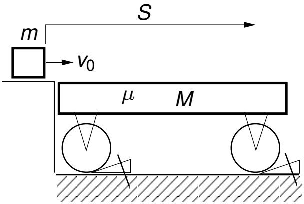
Nagyon simára csiszolt felületek között óriási tapadási erők ébredhetnek. Ekkor a felületek nem mozdulnak el egymáshoz képest. Ennek a tapadási erőnek a nagysága

$$F_{\mathrm{t}} = \underbrace{\mu}_{\text{tap. s.}} F_{\mathrm{ny}}$$

Egy nehéz bútor eltolása során a tapadási erő egy ideig nő , majd a test megindul és a tapadó súrlódásból hirtelen csúszó súrlódás válik. Tapasztalatból tudjuk, hogy egy súlyos bútort nehezebb megindítan mint csúsztatni.

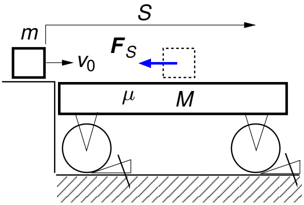
A csúszási súrlódás

Egy m tömegű test v_0 sebességgel átcsúszik egy μ csúszási súrlódási együtthatóval rendelkező M tömegű kocsira. A feladat akkor a legegyszerűbb, ha a rögzítjük az M tömegű kocsit. Számítsuk ki mekkora S útat tesz meg a test a rögzített kocsin (feltételezzük, hogy a kocsi elég hosszú)!



A csúszási súrlódás

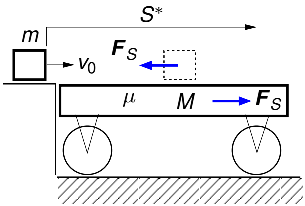
A számolást a dinamika alapegyenlete és a harmadik kinematikai egyenlet alapján végezzük.

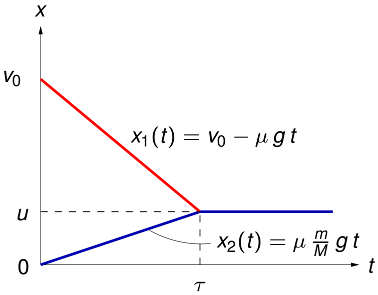


$$
\begin{aligned}
-F_s &= ma \\
-\mu\,\cancel{m}g &= \cancel{m}\,a \\
-\mu\,g &= a \quad \text{(lassulás)} \\
0 &= {v_0}^2 - 2\mu\,g\,S \\
{v_0}^2 &= 2\mu\,g\,S \\
S &= \frac{{v_0}^2}{2\mu\,g}
\end{aligned}
$$

A csúszási súrlódás

Oldjuk fel a kocsi kerekeinek rögzítését! Feltételezzük, hogy $m < M$. A tapadási súrlódási erő a M tömegű kocsit is gyorsítja!





A csúszási súrlódás

Részletes számítások nélkül a m tömegű test elmozdulása a M tömegű kocsin:

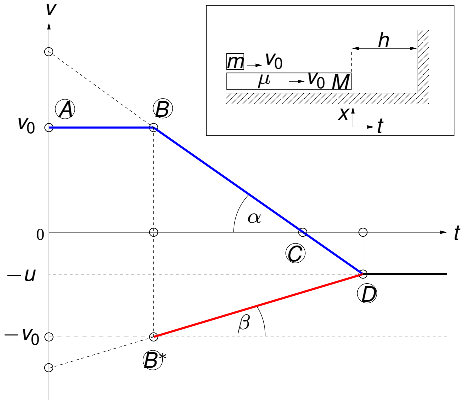
$$
\begin{aligned}
S^* &= \frac{{v_0}^2}{2\mu\, g}\,\frac{M}{m+M} \\
S^* &= S\,\frac{M}{m+M} \\
\frac{S^*}{S} &= \frac{M}{m+M} = \frac{1}{1+\frac{m}{M}}
\end{aligned}
$$

$S^* = S$ ha az M tömegű kocsi tömege végtelen nagy mert

$$\lim_{M\to\infty} \frac{m}{M} = 0.$$

A csúszási súrlódás

A probléma tovább bonyolítható, ha a mozgás iránya rugalmas ütközés során változik.



A csúszási súrlódás

Nagyon tanúlságos, hogy a CD szakaszon az *m* tömegű testet a csúszási súrlódási erő gyorsítja!