

# Fizika

Szabó István PhD

PTE MIK 2019.

# A termodinamikai rendszer fogalma

Termodinamika: Nagy részecskeszámú rendszerek fizikája.

$N_A \approx 10^{23}$  db. A rendszer ( $\mathcal{R}$ ): A világ azon része, amely

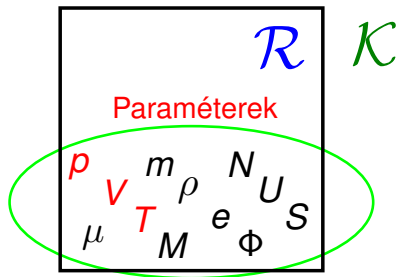
képzelt vagy valós határolófalakkal van a környezettől ( $\mathcal{K}$ )

elválasztva. Ilyen nagy részecskeszámú rendszert régen mechanikailag lehetetlen volt kezelni. A nagyteljesítményű számítógépek elterjedésével termodinamikai rendszerek leírása sem elképzelhetetlen, de ma sem könnyű feladat.

A XVIII. században a termodinamikai rendszereket makroszkopikus tulajdonságai alapján vagy a belső folyamatok statisztikai elemzése alapján kezdték vizsgálni (fenomenológikus és statisztikus termodinamika).

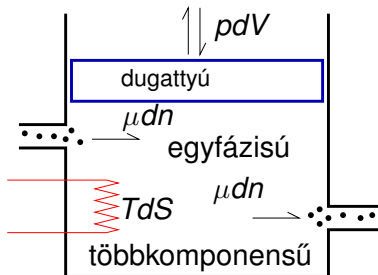
# Paraméterek

A termodinamika rendszert igen nagyszámú fizikai mennyiségekből álló halmaz jellemez. Ezeket a fizikai mennyiségeket paramétereknek nevezzük. A makroszkópicusan mérhető fizikai mennyiségeket állapotjelzőknek nevezzük. A legfontosabb állapotjelzők:  $p, V, T$ .



# Általános energetika

A termodinamika alapproblémája a rendszer és a környezet közötti energiacsere leírása. Az energiacsere leggyakoribb módja a termikus kölcsönhatás, a munkavégzés és az anyagi kölcsönhatás.



$$dU = \underbrace{TdS}_{\text{termikus k.}} + \underbrace{-pdV}_{\text{munka v.}} + \underbrace{\mu dn}_{\text{anyagi k.}}$$

# Az $U$

Az ekvipartíció-tétel alapján a gázmolekulák rendezetlen mozgásához tartozó energiák összessége (belső energia):

$$U = N \frac{f}{2} kT = \frac{f}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{f}{2} pV.$$

Az ideális gázok belső energiája csak a hőmérséklettől függ!

$$U = U(T)$$

Reális gázok esetén a térfogattól is függ:

$$U = U(T, V),$$

mert a gázmolekulák közötti intermolekuláris kölcsönhatások függenek a távolságtól.

# Az U és az első főtétel

A tapasztalat szerint –ha a részecskeszám állandó– egy rendszer belső energiájának (hőmérsékletének) megváltozása kétféle módon mehet végbe, munkavégzéssel és hőközléssel (termikus kölcsönhatás során átadott energiával):

$$\underbrace{dU}_{\text{állaptfgv.}} = \underbrace{\delta Q}_{\text{folyamatfgv.}} + \underbrace{\delta W}_{\text{folyamatfgv.}} .$$

Az energiacsere rendezett módját a munkavégzés, még a rendezetlen módját a hőközlés reprezentálja.

# A hőmennyiség

A termodinamika kialakulásakor úgy gondolták, hogy a hő egy láthatatlan folyadék, amely egyik testből a másikba áramlik. Ezt flogisztonnak, majd kalorikumnak (hőanyagnak) nevezték. A mérések során kiderült, hogy a hőanyagnak nincs tömege. Rumford vizsgálatai során kimutatta, hogy a mozgás korlátlan mennyiségben hővé alakítható anélkül, hogy a környező testek lehűltek volna. Így a hőanyag nem létezik. A hőmennyiség a munkával analóg fogalom. Termikus kölcsönhatás során átadott energia mértéke, de nem energia!

## Előjelkonvenció

A táguló gáz során a gáz belső energiája csökken. Ennek oka az, hogy az elmozgó dugattyúról kisebb sebességgel pattannak vissza a gázcseppkék. Ezért az első főtétel táguló gázra előjelhelyesen a következő:

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - |W_{12}|.$$

Az összenyomódó gáz belső energiája viszont nő, így az első főtétel előjelhelyesen:

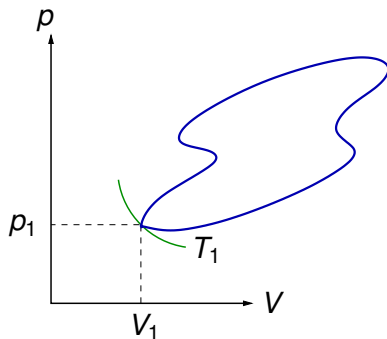
$$\Delta U_{12} = Q_{12} + |W_{12}|.$$

Hőfelvétel esetén  $Q_{12} > 0$ , hőleadáskor  $Q_{12} < 0$ .



# A termodinamikai körfolyamat

A körfolyamat során a termodinamikai rendszer állapotváltozásai során visszajut a kezdeti állapotába.



## Elsőfajú perpetuum mobile

Tehát egy termodinamikai körfolyamat során a kezdő és a végállapot azonos. Így a kezdeti állapotban és a végállapotban a hőmérséklet azonos.

$$\Delta U = 0 \quad \text{mert } \Delta T = 0$$

$$Q + W = 0$$

$$\text{ha } Q = 0 \Rightarrow W = 0$$

Ha viszont nem fektetünk be energiát azaz  $Q = 0$ , akkor  $W$  is nulla. Mit jelent ez?  $W$  a gáz által végzett munka. Tehát nem létezik olyan körfolyamat, amelynek során a rendszer energiafelvétel nélkül munkát tudna végezni. Az ilyen fiktív gépet elsőfajú perpetuum mobilének nevezzük.

# Elsőfajú perpetuum mobile

Az elsőfajú perpetuum mobile létezése sértené a termodinamika első főtételét. Ezért így is fogalmazhatunk: A termodinamika első főtétele értelmében nincs és nem is készíthető elsőfajú perpetuum mobile. A perpetuum mobile latin eredetű szó jelentése örökmozgó.

Ilyen gép lehetetlensége azt a nyilvánvaló dolgot fogalmazza meg, hogy a semmiből nem lehet energiát teremteni. Egy ilyen gép létezése ellentmondana az energiamegmaradás tételének. Később látni fogjuk, hogy a másod és harmadfajú perpetuum mobilék tilalma ennél sokkal kevésbé nyilvánvaló!

# Hőkapacitás, fajhő

Az anyagoknak azt a tulajdonságát, amely megmutatja, hogy hőmérsékletük egy kelvinnel való megváltozásához mekkora energia szükséges *hőkapacitás*nak nevezzük. Jele:  $C$ , mértékegysége:  $[C]=\text{J/K}$ . Definíciója:

$$C_v = \frac{dU}{dT}$$

Az egy kilogramm tömegű anyagra vonatkoztatott hőkapacitást a *fajhő*nek nevezzük. Jele:  $c$ , mértékegysége:  $[c]=\text{J/kgK}$ . Definíciója:

$$c_v = \frac{1}{m} \frac{dU}{dT}$$

# Mólhő

Ha a hőkapacitást egy mol anyagmennyiségre vonatkoztatjuk molhőről beszélünk. Jele:  $c_M$ , mértékegysége:  $[c_M] = \text{J/K}$ . A XIX. század elején Dulong és Petit francia fizikusok, arra a következtetésre jutottak, hogy a kristályok mólhője anyagtól függetlenül  $c_M = 3R \approx 25 \text{ J/K}$ . Ezt Dulong-Petit szabálynak nevezzük. A szabály azonban csak jóval a szobahőmérséklet fölötti hőmérsékletekre igaz minden anyagra. Alacsony hőmérsékletek felé haladva a kristályok fajhője egyre kisebb lesz mint  $3R$  és zérushoz tart.

# Ideális gázok fajhője, mólhője

$$c_v = \frac{1}{m} \frac{dU}{dT} = \frac{1}{\nu} \frac{d}{dT} \left( \frac{f}{2} \frac{m}{M} RT \right)$$

$$c_v = \frac{f}{2} \frac{R}{M} \frac{d}{dT} (T) = \frac{f}{2} \frac{R}{M}$$

$$c_M = M c_v = M \frac{f}{2} \frac{R}{M} = \frac{f}{2} R$$

$$U(T) = \frac{f}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{f}{2} \frac{R}{M} mT = c_v mT \text{ kalorikus á.e}$$

## Az állandó nyomáshoz tartozó fajhő

Vezessünk be egy új termodinamikai mennyiséget az entalpiát:

$$H = U + pV.$$

Az állandó nyomáshoz tartozó fajhő:

$$c_p = \frac{1}{m} \frac{dH}{dT} = \frac{d}{dT} (U + pV)$$

$$c_p = \frac{1}{m} \frac{d}{dT} \left( \frac{f}{2} \frac{m}{M} RT + \frac{m}{M} RT \right)$$

$$c_p = \frac{d}{dT} \left( \frac{f}{2} \frac{RT}{M} + \frac{RT}{M} \right) = \frac{f + 2}{2} \frac{R}{M}$$

# Elsőfajú perpetuum mobile

A két fajhő kapcsolatára vonatkozik az ún. Robert-Mayer egyenlet:

$$c_p - c_V = \frac{R}{M}.$$

Julius Robert von Mayer német hajóorvos volt. Elsőként fogalmazta meg az energiamegmaradás elvét. Eredményeit sokáig nem ismerték el.



## Ideális gázok fajhője

A gázok fajhője szoros összefüggésben van azzal a folyamattal, amelyben részt vesznek. Egy általános folyamat során a gáz fajhője minden állapotban más és más értékű lehet. Tehát általános folyamatban  $c = c(T)$ . Ezért különösen fontosak azok a folyamatok, amelyek során a fajhő az állapotváltozás során nem változik. Ezeket a folyamatokat *politróp* folyamatoknak nevezzük. Pl. az origón átmenő egyenes mentén végzett folyamat és az izobár, izochor folyamatok politrópok.

## A hőmennyiség számítása

Azokban a folyamatokban, amikor a fajhő állandó (izochor, izobár, origón átmenő egyenes) a hőmennyiség a fajhő ismeretében számítható:

$$Q = cm\Delta T.$$

Ha a fajhő nem állandó a folyamat során, az első főtétel alapján tudjuk kiszámítani:

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - |W_{12}| \text{ expanzió}$$

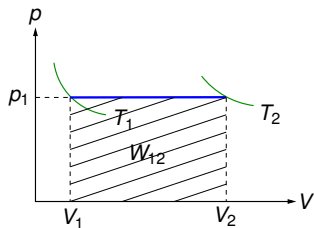
$$Q_{12} = \Delta U_{12} + |W_{12}|$$

$$Q_{12} = c_v m \Delta T_{12} + |W_{12}|$$

# Nevezetes folyamatok

- izobár ( $p$ =állandó)
- izochór ( $V$ =állandó)
- izoterm ( $T$ =állandó)
- izentropikus (kvázisztatikus adiabatikus) ( $Q = 0$ )
- politróp ( $c$  =állandó)

# Izobár folyamat



$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (1)$$

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - |W_{12}| \quad (2)$$

$$c_v m \Delta T_{12} = c_p m \Delta T_{12} - p_1 \Delta V_{12}$$

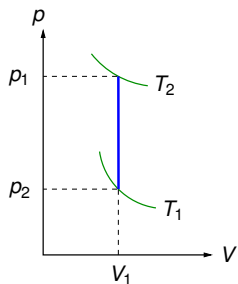
$$c_v m \Delta T_{12} = c_p m \Delta T_{12} - \frac{m}{M} R \Delta T_{12}$$

$$c_v = c_p - \frac{R}{M}$$

$$c_v = c_p - (c_p - c_v)$$

$$c_v = c_v$$

# Izochór folyamat

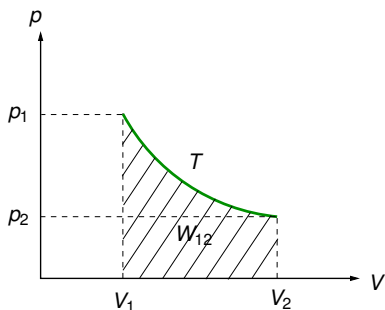


$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (1)$$

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - \cancel{|W_{12}|} \quad (2)$$

$$Q_{12} = c_v m \Delta T_{12}$$

# Izoterm folyamat



$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (1)$$

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - |W_{12}| \quad (2)$$

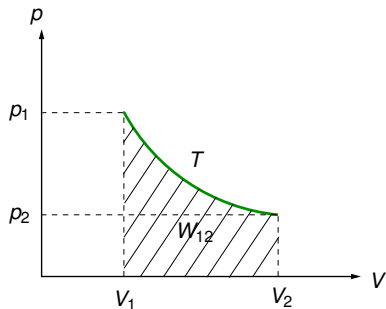
~~$$\Delta U_{12} = Q_{12} - |W_{12}|$$~~

$$0 = Q_{12} - |W_{12}|$$

$$Q_{12} = |W_{12}|$$

$$|W_{12}| = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V}$$

# Izoterm folyamat



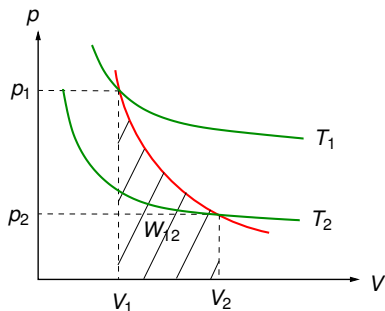
$$|W_{12}| = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V}$$

$$|W_{12}| = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$|W_{12}| = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

# Kvázisztatikus adiabatikus folyamat

Kvázisztatikus adiabatikus folyamat során nem lép fel hőcsere a rendszer és a környezete között, mert hőszigeteléssel erről gondoskodunk (termosz).



$$dU = \delta Q - p dV$$

$$dU + p dV = 0$$

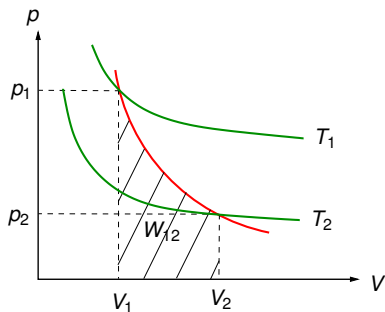
$$c_v n dT + \frac{1}{V} \frac{n}{M} R T dV = 0$$

$$c_v \frac{M}{R} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{c_v}{c_p - c_v} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$$



# Kvázisztatikus adiabatikus folyamat

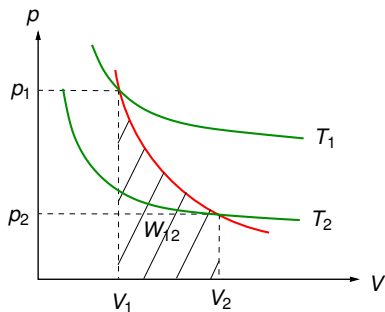


$$\frac{c_v}{c_p - c_v} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{c_v}{c_p - c_v} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{c_v}{c_p - c_v} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} = 0$$

# Kvázisztatikus adiabatikus folyamat

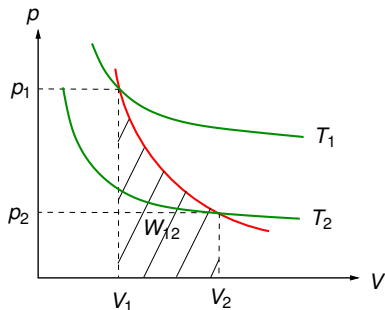


$$\frac{c_v}{c_p - c_v} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} = 0$$

$$\ln \left\{ \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{c_v}{c_p - c_v}} \right\} + \ln \frac{V_2}{V_1} = 0$$

$$\ln \left\{ \frac{V_2}{V_1} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{c_v}{c_p - c_v}} \right\} = 0$$

## Kvázisztatikus adiabatikus folyamat

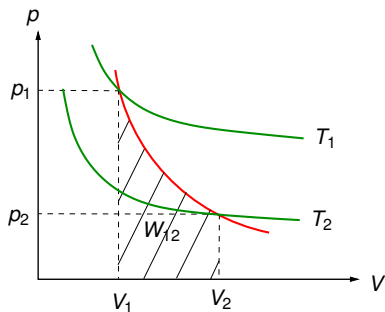


$$\ln \left\{ \frac{V_2}{V_1} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{c_V}{c_p - c_V}} \right\} = 0$$

$$\ln \left\{ \frac{T_2}{T_1} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{c_p - c_V}{c_V}} \right\} = 0$$

$$\exp \left\{ \ln \left[ \frac{T_2}{T_1} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{c_p - c_V}{c_V}} \right] \right\} = \exp(0)$$

## Kvázisztatikus adiabatikus folyamat



$$\frac{T_2}{T_1} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{c_p - c_v}{c_v}} = 1$$

$$T_1 V_1^{\kappa - 1} = T_2 V_2^{\kappa - 1}$$

$$/\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f + 2}{f} /$$

$$p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}$$

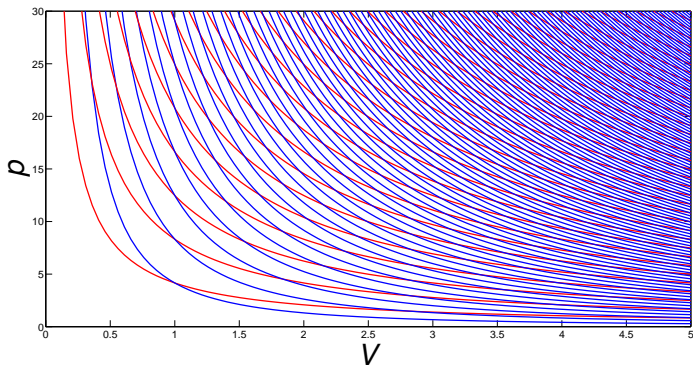
# Adiabatikus folyamat

Kvázisztatikus adiabatikus folyamatokra tehát a következő törvények érvényesek:

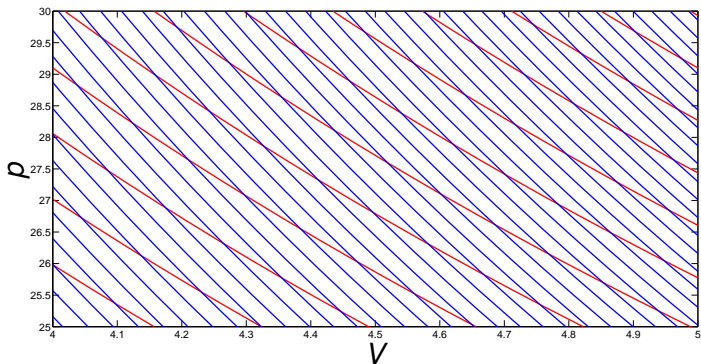
$$\begin{aligned} p_1 V_1^\kappa &= p_2 V_2^\kappa \\ T_1 V_1^{\kappa-1} &= T_2 V_2^{\kappa-1} . \end{aligned}$$

Az adiabatikus folyamatokba beleértjük a gyors folyamatokat is pl. a gyors égéseket és robbanásokat. A hang terjedése a levegőben is adiabatikus folyamat. A gyors folyamatok során nincs idő a hőcserére. Ezek a folyamatok  $p - V$  síkon nem ábrázolhatók!

# Izotermák és adiabaták rendszere



# Izotermák és adiabaták rendszere



# Érintők meredeksége a $p - V$ sík egy adott pontjában

Bizonyítható, hogy a  $p - V$  sík bármely pontjában az adiabata meredeksége nagyobb mint az izoterma meredeksége. A két meredekség hányadosa éppen az adiabatikus kitevő:

$$\frac{\tan(\alpha_a)}{\tan(\alpha_i)} = \kappa = \frac{c_v}{c_p} = \frac{f + 2}{f} > 1$$

A termodinamika második főtétele ezt a megállapításra is lehet alapozni. Ezt az adiabatikus elérhetetlenség elvének nevezik.



# Politróp folyamatok

A politróp folyamatok során a fajhő állandó. Tehát az izochor, az izobár, az izoterm és az adiabatikus folyamatok politrópok.

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n,$$

ahol  $n$  politróp kitevő, mely definíció szerint:

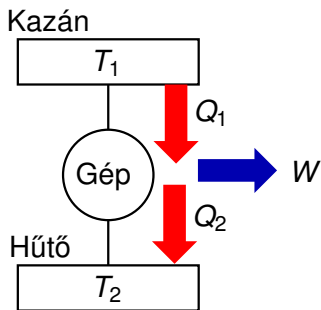
$$n = \frac{c_p - c}{c_V - c}.$$

Itt  $c$  az adott folyamatra vonatkozó fajhő. Az általános fajhő kifejezhető  $n$ -nel:

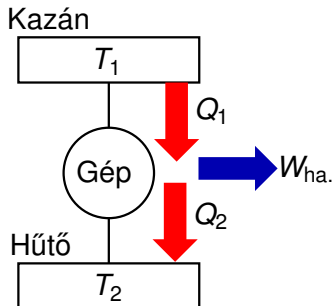
$$c = \frac{n - \kappa}{n - 1} c_V.$$

# A termodinamika második főtétele

- természeti folyamatok iránya (reverzibilitás)
- hőerőgépek hatásfoka



# A hőerőgép

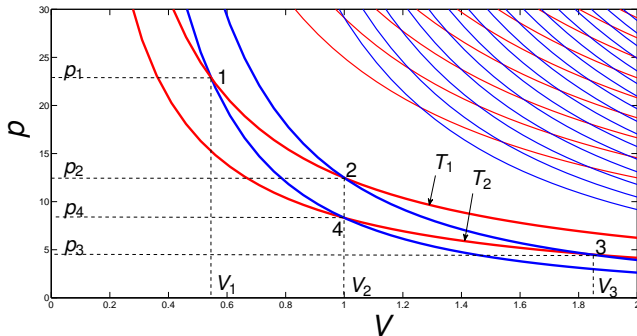


$$\eta = \frac{W_{\text{hasznos}}}{W_{\text{össz}}} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$$

Létezik-e 100%-os hatásfokkal működő hőerőgép? Melyik a legjobb hatásfokú körfolyamat?

# A Carnot-ciklus

Bizonyítható, hogy a Carnot-körfolyamat a legjobb hatásfokú körfolyamat.



# A Carnot-ciklus

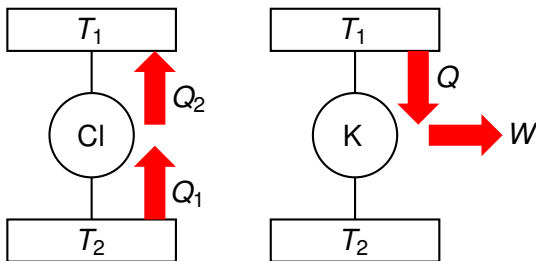
$$\eta_c = \frac{W_{\text{hasznos}}}{W_{\text{össz}}} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Akkor kapnánk 1-et (100%-ot) ha  $T_1 = 0$  K vagy  $T_2 = \infty$  lenne. Látni fogjuk, hogy az abszolút zérus fok bár megközelíthető, de el nem érhető. Gyakorlati okokból  $T_2$ -őt sem lehet korlátlanul növelni. Tehát elvi és gyakorlati okokból nem lehetséges 100 %-os hatásfokú gépet működtetni.

A Carnot-ciklus gyakorlati jelentősége az, hogy felső becslést adhatunk általa különféle hőerőgépek hatásfokára.

# A termodinamika második főtétele

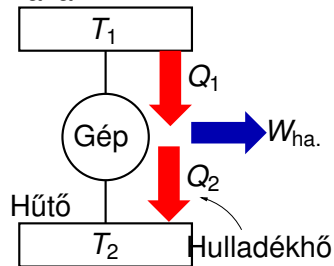
Ostwald szerint a természetben nincs és nem is készíthető másodfajú perpetuum mobile. Ilyenek a Clausius és Kelvin által elképzelt gépek.



# A hőerőgép

A természetben a mechanikai munka teljes egészében átalakítható hővé. Az elvont hő viszont nem alakítható át teljes egészében mechanikai munkává!

Kazán



$$\eta = \frac{W_{\text{hasznos}}}{W_{\text{össz}}} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

# A hőerőgép

Hasonlítsuk össze a Carnot-ciklus hatásfokát az összes többi hőerőgép hatásfokával!

$$\frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\cancel{1} - \frac{Q_2}{Q_1} = \cancel{1} - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} = 0$$



# A hőerőgép

A reverzibilis Carnot-ciklus során az ún redukált hők összege nulla.

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} = 0$$

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1^*}{T_1} = 0$$

A  $Q_2/T_2$  redukált hő a munkára nem fogható energiával kapcsolatos! Bizonyítható, hogy bármely reverzibilis körfolyamatban a redukált hők összege nulla.