

### III. REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK

#### 1. Rezgőmozgás

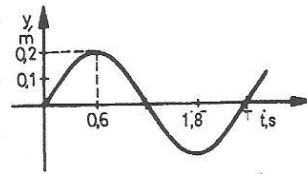
##### a) A rezgőmozgás kinematikája

647. Mutassuk ki, hogy ha a rezgőmozgást végző test kitérése  $t$  időpontban  $y(t)$ , akkor  $T$  idő múlva is ugyanaz a kitérése!

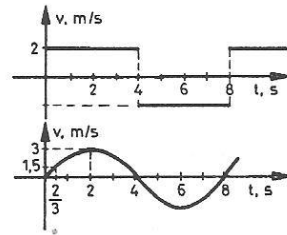
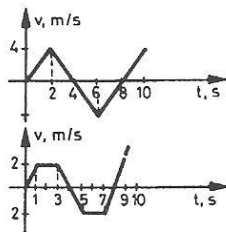
648. Az ábra harmonikus rezgőmozgást végző pontszerű test kitérését mutatja az idő függvényében.

a) Határozzuk meg a test legnagyobb sebességét! Mikor lesz a sebesség a legnagyobb?  $(0,523 \text{ m/s}; 2K \cdot T/4)$

b) Határozzuk meg a test legnagyobb gyorsulását! Mikor lesz a gyorsulás a legnagyobb?  $(1,369 \text{ m/s}^2; (2K+1) \cdot T/4)$



649. Rajzoljuk meg a kitérés-idő és a gyorsulás-idő diagramját azoknak az egyenesvonalú mozgásoknak, amelyeknek sebesség-idő diagramjai az ábrán láthatóak!



650. Egy rezgésbe hozott hangvilla pontjai 320 Hz frekvenciával harmonikusan rezegnek. Egyik pontjának maximális kitérése 0,5 mm.

a) Mekkora ennek a pontnak a maximális gyorsulása?  $(2019,24 \text{ m/s}^2)$

b) Mekkora utat tenne meg egy álló helyzetből induló test 1 s alatt ezzel a gyorsulással?  $(1009,62 \text{ m})$

651. Egy tömegpont harmonikus rezgőmozgást végez. Az amplitúdó 0,8 m, a rezgésszám  $12,5 \frac{1}{\text{s}}$ .

Az egyensúlyi helyzeten való áthaladást követően mennyi idő alatt ér a mozgó pontszerű test 0,4 m-es távolságú pillanatnyi helyzetig?  $(0,006 \text{ s})$

Mekkora a sebessége ebben a pillanatban?  $(54,5 \text{ m/s})$

652. Rugóra függesztett testet függőlegesen 10 cm-es amplitúdóval hozunk rezgésbe. Mekkora a test kitérése 0,1 s múlva, ha  $T=0,8 \text{ s}$ ?  $(7,07 \text{ cm})$

Mekkora a maximális sebesség?  $(0,78 \text{ m/s})$

653. Rezgő test rezgésszáma  $2 \frac{1}{\text{s}}$ , amplitúdója 0,2 cm.

Mekkora a kitérése és a gyorsulása 0,125 s múlva?  $(0,2 \text{ cm}; 31,55 \text{ cm/s}^2)$

654. Motor dugattyúja 10 cm-es lökethosszal, harmonikus rezgőmozgást végez. A lendítőkerék fordulatszámja  $50 \frac{1}{\text{s}}$ . Mekkora a dugattyú sebessége középállásban?  $(15,7 \text{ m/s})$

Mekkora a legnagyobb gyorsulása?  $(4929,28 \text{ m/s}^2)$

655. Rezgő test legnagyobb sebessége  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , legnagyobb gyorsulása  $15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Mekkora a test rezgésszáma?  $(0,477 \frac{1}{\text{s}})$

656. Rezgő test teljes periódusidő alatt 0,2 cm utat tesz meg. Legnagyobb gyorsulása  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Mekkora a rezgésszáma?  $(14,24 \frac{1}{\text{s}})$

657. Egy test harmonikus rezgőmozgást végez. A két szélső helyzet távolsága 12 cm, a rezgésszám  $6000 \frac{1}{\text{min}}$ .

a) Mekkora a test legnagyobb sebessége?  $(37,68 \text{ m/s})$

b) Mekkora a test legnagyobb gyorsulása?  $(2,36 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2)$

c) Mennyi idő alatt teszi meg a test a 12 cm-es utat?  $(5 \cdot 10^{-3} \text{ s})$

658. Harmonikusan rezgő pontszerű test legnagyobb gyorsulása  $60 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . A legnagyobb gyorsulási

fázist 0,5 s múlva követi a legnagyobb sebességű fázis.

a) Mekkora a rezgés frekvenciája?  $(0,5 \text{ Hz})$

b) Mekkora a legnagyobb sebesség?  $(19,1 \text{ m/s})$

659. Az 1 kg tömegű test harmonikus rezgését az  $y=0,03 \text{ m} \sin \frac{\pi}{6\text{s}} t$  függvény írja le.

Határozzuk meg a legnagyobb sebességet, a rugóállandót, valamint a gyorsulást a  $t=0,1 \text{ s}$  időpontban!  $(0,0157 \text{ m/s}; 0,273 \text{ N/m}; 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2)$

660. Mennyi idő alatt ér a rezgőmozgást végző test az egyensúlyi helyzetből  $\frac{\Lambda}{2}$  távolságra, ha 1,5 s a rezgésidője?  $(0,125 \text{ s})$

661. Harmonikus rezgőmozgást végző test a rezgésidő hányad része alatt teszi meg a középső helyzettől a szélső helyzetig az egész utat, az út első és az út második felét?  $(T/4; T/12; T/6)$

662. Rezgő test rezgésszáma  $25 \frac{1}{\text{s}}$ , amplitúdója 4 cm.

Mekkora a gyorsulása, amikor a kitérés 1 cm?  $(246,49 \text{ m/s}^2)$

663. Egy 6 cm amplitúdójú szinuszos rezgést végző tömegpont az első félperiódusban 0,001 s alatt veszi fel kétszer egymás után a 3 cm-es kitérést.

Mekkora a rezgés frekvenciája?  $(333,33 \text{ Hz})$

664. Mennyi idő telik el addig, amíg 54 Hz frekvenciájú, 8 cm amplitúdójú szinuszos rezgés kitérése 3 cm-ről 7 cm-re növekszik? (0,0021 s)

665. Harmonikus rezgőmozgást végző test legnagyobb sebessége  $8,4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ , legnagyobb gyorsulása  $3,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Mekkora a rezgés periódusideje és amplitúdója? (0,155 s; 0,2 cm)

666. Harmonikus rezgő test amplitúdója 15 cm. Rezgésideje 6 s. Mekkora a kitérése, sebessége és gyorsulása az egyensúlyi helyzettől számított 2 s, ill. 8 s múlva? (0,129 m; 0,0785 m/s; 0,142 m/s<sup>2</sup>)

667. Egy 0,5 kg tömegű test harmonikus rezgőmozgást végez. Sebességét a  $v = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos \frac{\pi}{4\text{s}}t$  egyenlet írja le.  
 a) Mekkora a rezgés amplitúdója? (3,36 cm)  
 b) Mekkora a legnagyobb gyorsulása? (0,0391 m/s<sup>2</sup>)  
 c) Mekkora a kinetikus energiája a  $t = 0,1$  s időpontban? ( $6,2 \cdot 10^{-4}$  J)

668. Harmonikus rezgőmozgást végző test amplitúdója 10 cm, rezgésideje 1,57 s. Mekkora kitérése mellett egyezik meg a gyorsulás és a sebesség számértéke? (2,42 cm)

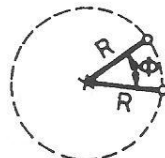
669. 15 s rezgésidejű és 10 cm amplitúdójú szinuszos rezgés kitérése 1 s alatt kétszereződik meg. Mekkora a kérdéses kitérés? (3,49 cm)

670. Egy pontszerű test harmonikusan rezeg. Legnagyobb kitérése 0,4 m, frekvenciája  $12,5 \frac{1}{\text{s}}$ .  
 a) Az egyensúlyi helyzeten való áthaladás után mennyi idővel lesz 0,2 m a kitérése? ( $6,66 \cdot 10^{-3}$  s)

b) Mennyi idő múlva lesz a kitérés ismét 0,2 m nagyságú? (0,02 s)  
 c) Mekkora a sebességkülönbség a fenti két helyzet között? (54,38 m/s)

671. Két azonos amplitúdójú harmonikusan rezgő test frekvenciája 50 Hz, ill. 60 Hz. Attól a pillanattól számítva, amikor egyszerre haladnak át az egyensúlyi helyzeten, mennyi idő múlva lesz először a kitérésük egyenlő? (0,0045 s)

672. Adjuk meg a gömböknek a mozgás síkjára merőleges vetületének kitérés-idő, sebesség-idő és gyorsulás-idő függvényét egymáshoz viszonyítva!



$$\begin{bmatrix} y_1 = R \sin \omega t & y_2 = R \sin (\omega t + \Phi) \\ v_1 = R \omega \cos \omega t & v_2 = R \omega \cos (\omega t + \Phi) \\ a_1 = -R \omega^2 \sin \omega t & a_2 = -R \omega^2 \sin (\omega t + \Phi) \end{bmatrix}$$

**b) A rezgőmozgás dinamikája**

673. Mekkora kitérés esetén lesz a vízszintes rugón rezgő test potenciális energiája kétszerese a mozgási energiának, ha  $A = 6$  cm? (4,89 cm)

674. Az 1 kg tömegű test harmonikus rezgőmozgást végez. A rezgés amplitúdója 3 cm, rezgésideje 1,2 s.  
 a) Mekkora a test legnagyobb gyorsulása? (0,82 m/s<sup>2</sup>)  
 b) Mekkora a test legnagyobb mozgási energiája? (0,0123 J)

675. Rugóra függesztett test a rugót 10 cm-rel nyújtja meg. A testet egyensúlyi helyzetéből kimozdítva, majd „magára” hagyva rezgésbe hozzuk. Mekkora lesz a rezgésidő? (0,628 s)

676. Egy rugót 20 N erő 5 cm-rel nyújt meg. Erre a rugóra 4 kg tömegű testet akasztunk és rezgésbe hozzuk. Mekkora lesz a rezgésszám? (1,59 1/s)

677. 10 N mérés határú rugós erőmérő skálájának hossza 4 cm. A skálán csak öt beosztás van, így a mérlegre helyezett test súlyát a skála alapján csak becsléssel lehet leolvasni. Az erőmérőre függesztett test súlyának meghatározása céljából a testet rezgésbe hozzuk és lemérjük 20 rezgés idejét. Ez 6,4 s. Mekkora a rugóra függesztett test tömege? (0,649 kg)

678. Ha egy rugóra 100 g tömegű testet függesztünk, a rugó 1 cm-rel nyúlik meg. Mekkora tömegű testet kell felfüggesztenünk ugyanerre a terheletlen rugóra, ha azt szeretnénk, hogy 0,6 s periódusidővel rezgejen? (912,8 g)

679. Rugóra függesztett test amplitúdója 2 cm. Mekkora lehet a rezgésidő, hogy a test a mozgás során a rugón maradjon? (0,28 s)

680. Rugón függő test rezgésideje 2 s. Mekkora lehet a mozgás amplitúdója, hogy a test a rezgés során a rugón maradjon? (1,01 m)

681. Egy teherautó tömege 5000 kg. A rugózás miatt függőleges irányban rezgéseket végezhet, melynek frekvenciája terheletlen kocsi esetén 2 Hz. Mennyivel változik a frekvencia, ha a kocsi 2000 kg tömegű rakományt szállít? (0,3 1/s)

682. Személyautó a rugózás folytán függőleges irányú rezgéseket végezhet, amelyeknek frekvenciája az autó 1200 kg-os mozgó tömege esetében  $3 \frac{1}{\text{s}}$ . Mekkora a frekvencia, ha a kocsiban négy, egyenként 75 kg tömegű ember utazik? (2,68 1/s)

683. Mekkora kitérés esetén egyenlő a vízszintes síkban harmonikus rezgőmozgást végző test kinetikus és potenciális energiája? ( $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ )

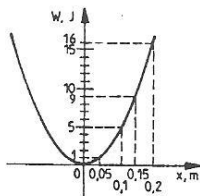
684. Harmonikusan rezgő test  $A$  amplitúdóval rezeg vízszintes síkban. Amikor a kitérés az amplitúdó fele, a test sebességét lökessel kétszeresére növeljük.

Mennyi lesz az új amplitúdó?

$$\left( \frac{A\sqrt{13}}{2} \right)$$

685. Az ábrán a vízszintes síkban harmonikusan rezgő tömegpont potenciális energiájának változását ábrázoltuk a kitérés függvényében. A rezgő tömegpont összen energiája 9 J.

- a) Mekkora a rezgés amplitúdója? (0,15 m)  
 b) Mekkora a mozgási energiája, amikor a kitérés 0,1 m? (5 J)  
 c) Mekkora a rezgést létrehozó rugó rugóállandója? (800 N/m)



686. Egy 0,02 kg tömegű, pontszerű test vízszintes síkban harmonikus rezgőmozgást végez.

Sebessége az egyensúlyi helyzeten való áthaladáskor  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . A rezgés amplitúdója 15 cm.

- a) Mekkora a rezgés körfrekvenciája? (200 1/s)  
 b) Mekkora a test sebessége 10 cm kitérésnél? (22,36 m/s)  
 c) Mekkora a rugalmas erő munkája, miközben a test az egyensúlyi helyzettől a 10 cm-es kitérésig jut? (4 J)

687. Harmonikus rezgőmozgás esetében a teljes energia hányad része kinetikus és potenciális akkor, amikor a kitérés az amplitúdó fele, és a rezgés vízszintes síkban történik? (1/4; 3/4)

688. Egy rajztábla a ráhelyezett radírral együtt mozog.

- a) A vízszintes helyzetű tábla vízszintes síkban 8 cm-es amplitúdóval harmonikusan rezeg. Ha a periódusidő legalább 0,5 s, a rendszer nem csúszik meg. Mekkora a súrlódási együttható? (1,26)  
 b) A függőleges helyzetű rajztáblát legalább mekkora vízszintes gyorsulással kell mozgatni, hogy a radír ne csússzék le? (7,93 m/s<sup>2</sup>)

689. Rugón függő 0,2 kg tömegű test másodpercenként 6 rezgést végez.

Mekkora tömegű test végez ugyanazon a rugón 8 s alatt 100 teljes rezgést? (46 g)

690. 2 kg tömegű test harmonikusan rezeg. Az egyensúlyi helyzettől 1 m távolságra a visszatérítő erő (eredő erő) nagysága 8 N. A kezdő pillanatban a test kitérése 1 m és  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel távolodik

az egyensúlyi helyzettől. Határozzuk meg a rezgés:

- a) körfrekvenciáját! (2 1/s)  
 b) kezdőfázisát! (26,56°)  
 c) amplitúdóját! (2,23 m)

691. 50 g tömegű testet rugóra akasztunk, majd rezgésbe hozunk. A test  $18 \text{ s}^{-1}$  frekvenciával rezeg. Ha erre a rugóra még egy ismeretlen tömegű testet akasztunk, és rezgésbe hozzuk, 8 s alatt 50 teljes rezgést mérünk.

Határozzuk meg a test tömegét!

$$(0,364 \text{ kg})$$

692. Tömeg mérésére egy ismert tömegű test, egy ismeretlen rugóállandójú rugó és stopperóra áll rendelkezésünkre.

Hogyan tudjuk meghatározni a test tömegét?

$$\left[ A \text{ rezgések számát és az eltelt időt kell mérni; } m_x = m \left( \frac{z_1 t_2}{z_2 t_1} \right)^2 \right]$$

693. Függőleges irányú harmonikus rezgőmozgást végző vízszintes fémlapra egy fémpenzt helyeztek. Megfigyelték, hogy első ízben akkor sikerült becsúsztatni egy vékony papírlapot a pénzdarab és a fémlap közé, amikor a frekvencia 8 Hz.

Mekkora volt a fémlap rezgésének amplitúdója?

$$(\approx 4 \text{ mm})$$

694. Egy vízszintes fémlap függőleges irányú 1 cm amplitúdójú rezgést tud végezni. Erre a fémlapra egy fémkockát helyezünk. A fémlap adott amplitúdójú rezgéseinek számát zérusról indulva fokozatosan növeljük. Bizonyos rezgésszám elérése estén a kocka „zörögni” kezd a fémlapon. Mekkora ez a rezgésszám? (5,03 1/s)

695. Vízszintes lapon  $m$  tömegű test fekszik, a tapadási súrlódási együttható a lap és a test között 0,5. A lapot vízszintes síkban rezgésbe hozzuk 0,5 s rezgésidővel.

- a) Mekkora lehet a rezgés amplitúdója, hogy a test a lapon ne csússzék meg? (3,16 cm)  
 b) Ha az amplitúdó 3 cm, hány rezgést végezhet a lap másodpercenként úgy, hogy a test a lapon ne csússzék meg? (2,08 1/s)

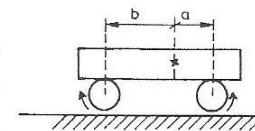
696. Egyik végén rögzített rugóra fonaldarab közbeiktatásával  $m$  tömegű testet függesztünk. A test a rugót X-szel nyújtja meg. A testet egyensúlyi helyzetéből lefelé  $A$ -val kimozdítjuk. Mi a feltétele annak, hogy a test harmonikus rezgőmozgást végezzen? ( $A \leq X$ )

697. Vízszintes felület, vízszintes kitérésű harmonikus rezgőmozgással mozog. A felületre helyezett test és a felület között a tapadási súrlódási együttható 0,3.

- a) Ha az amplitúdó 2 cm, mekkora a frekvencia, amikor a test megcsúszik a felületen? (1,95 1/s)  
 b) Mekkora a maximális súrlódási erő a két felület között, ha a rezgésidő 1 s, az amplitúdó 2 cm és 1 kg a lapon fekvő test tömege? (0,789 N)

698. Az ábrán látható gerenda anyageloszlása homogén, és egyenletes vastagságú. A hengerek sugara, a súrlódási együttható, valamint a szögsebesség nagysága mindkét érintkezési felületen azonos. Milyen mozgást végez a deszka?

$$(F_c = -y \frac{2 \mu mg}{a + b}; \text{ harmonikus rezgés})$$

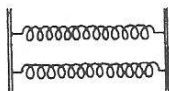


699. Rugóra függesztett  $m$  tömegű test  $f$  frekvenciával rezeg. A rugót félbe vágjuk. Mekkora lesz a rezgésszám, ha a testet az egyik félrugóra függesztjük?

$$(f\sqrt{2})$$

700.  $D = 6 \frac{N}{m}$  rugóálladójú rugót két egyenlő nagyságú részre vágunk.

- a) Mekkora a keletkezett rugók rugóálladója? (12 N/m)  
 b) Ha a két rugót párhuzamosan kapcsoljuk, milyen rugóálladójú rugót kapunk? (24 N/m)



701.  $D_1$  és  $D_2$  rugókat  $D$  rugóval akarunk helyettesíteni, soros, ill. párhuzamos kapcsolással.

a) Milyen összefüggés van  $D_1$ ,  $D_2$  és  $D$  között?

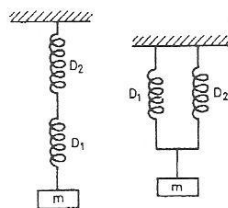
$$[D = \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2}; D = D_1 + D_2]$$

b) Mekkora az egyes esetekben a rezgésidő?

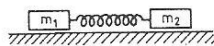
$$[T_s = 2\pi \sqrt{\frac{m(D_1 + D_2)}{D_1 D_2}}; T_p = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D_1 + D_2}}]$$

c) Mekkora a rezgésidők aránya?

$$[\frac{T_s}{T_p} = \sqrt{\frac{(D_1 + D_2)^2}{D_1 D_2}}]$$



\*702. Egy  $200 \frac{N}{m}$  direkciós erejű 1 m hosszúságú rugó két végén egy-egy test van. Az egyik test 2 kg tömegű, a másik test tömege 3 kg. A két testet egymástól 1,2 m távolságra eltávolítjuk, majd magára hagyjuk. Mekkora amplitúdóval, körfrekvenciával és frekvenciával rezegnek a testek? (0,12 m; 0,08 m; 12,9 1/s; 2,05 1/s)



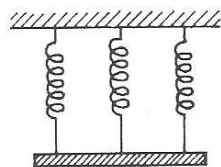
703. Egy rugón két egyenlő tömegű test függ. A rugó megnyúlása a teher hatására 2 cm. Az egyik test hirtelen leesik. Mekkora amplitúdójú és periódusú rezgése lesz ezután a másik testnek?

$$(1 \text{ cm}; 0,19 \text{ s})$$

704. Vízszintes talajon 0,5 kg tömegű kiskocsit fonalak közbeiktatásával két szemben álló, egyik végükön rögzített rugókhöz kötünk. A kocsit egyensúlyi helyzetéből 7 cm-re kitérítve elengedjük. Mennyi a periódusidő, ha a kitéréshez 3,5 N erőt kell kifejteni, és a súrlódástól eltekintünk?

$$(0,628 \text{ s})$$

705. Egy 20 N súlyú testet három rugóra függesztünk fel. Feszítetlen állapotban minhárom rugó egyenlő hosszú; a középső rugó rugóálladója  $8 \frac{N}{cm}$ , a két szimmetrikusan elhelyezett egyforma rugó rugóálladója egyenként  $5 \frac{N}{cm}$ .



a) Mekkora a rugók közös hosszváltozása a test súlya alatt?

$$(1,11 \text{ cm})$$

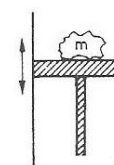
b) A testet a fenti egyensúlyi helyzetéből kitérítjük. Mekkora az így előálló rezgés frekvenciája?

$$(4,77 \text{ 1/s})$$

706. Egy függőleges tengelyű dugattyúra 0,6 kg tömegű testet helyezünk. A dugattyú harmonikus rezgőmozgást végez, a rezgésidő 0,5 s.

- a) Legfeljebb mekkora lehet a rezgés amplitúdója, hogy a dugattyúra helyezett test állandóan a dugattyún maradjon? (6,25 cm)  
 b) Ábrázoljuk ennél az amplitúdónál a test és a dugattyú között ható erőt, a dugattyú kitérésének függvényében az alsó holtponthól kiindulva a felső holtpontra érkezésig!

$$(K = 2mg - \frac{mg}{A} y)$$



707. Rugóra függőleges falú edényt erősítünk. Az edény és a benne levő víz együttes tömege 1 kg. Ekkor a rugó megnyúlása 20 cm, és az edényben levő vízoszlop magassága 30 cm. A rendszert 10 cm-es amplitúdóval függőleges rezgésbe hozzuk.

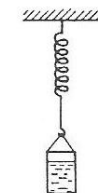
a) Mekkora az edény fenekére ható hidrosztatikai nyomás legkisebb és legnagyobb értéke?

$$(1500 \text{ N/m}^2; 4500 \text{ N/m}^2)$$

b) A vízbe  $1 \text{ cm}^3$  térfogatú követ dobunk és ugyanolyan rezgőmozgásba hozzuk a rendszert.

Mekkora lesz így a felhajtóerő legkisebb és legnagyobb értéke?

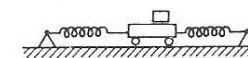
$$(0,005 \text{ N}; 0,015 \text{ N})$$



708. Az ábrán látható kiskocsi a hozzá kapcsolt két rugó hatására 0,3333 Hz frekvenciával rezeg.

Legfeljebb mekkora lehet a rezgés amplitúdója, hogy a kocsin levő test ne csússzon meg, ha a kocsit és a test között  $\mu = 0,5$ ?

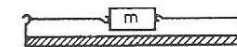
$$(1,14 \text{ m})$$



709. Egy deszkalap 0,5 Hz frekvenciájú rezgést végez vízszintes síkban. A ráhelyezett 2,5 kg tömegű testet fonallal kötöttük a deszkába vert szögekhez.

Mekkora amplitúdó esetén szakad el a fonál, ha 5 N erőt már nem bír ki, és a súrlódástól eltekintünk?

$$(20 \text{ cm})$$



\*710. 20 cm hosszú terheletlen rugó felső végét rögzítjük, alsó végéhez 20 cm hosszú fonalat kötünk. A fonál szabad végére 0,1 kg tömegű testet erősítünk, majd ezt a felső rögzítési pont alatt 25 cm-rel elengedjük. A rugóálladó  $50 \frac{N}{m}$ .

a) Mekkora lesz a test legnagyobb sebessége?

$$(1,78 \text{ m/s})$$

b) Mekkora a rugó legnagyobb rugalmas energiája?

$$(0,25 \text{ J})$$

c) Mekkora periódusonként az az idő, ameddig a rugó feszítve van?

$$(0,162 \text{ s})$$

711. Rugóra függesztett 0,5 kg tömegű test harmonikusan rezeg. A  $t=0$  időben a test az egyensúlyi helyzetben halad át, sebessége  $2 \frac{m}{s}$  és felfelé mutat. A rugóálladó  $100 \frac{N}{m}$ .

a) Mekkora a rezgőmozgás rezgésideje?

$$(0,444 \text{ s})$$



b) Mekkora a rezgés amplitúdója? (14,14 cm)

c) Ábrázoljuk a rugóerő nagyságát az idő függvényében! ( $F_r = -5 \text{ N} + 14,14 \text{ N} \cdot \sin \frac{6,28}{0,44s} t$ )

\*712. 20 kg tömegű test vízszintes súrlódásmentes síkon fekszik két gumifonal között. A gumiszálak nyúlása arányos a húzóerővel, a bal oldalt 3,2 N, a jobb oldalt 7,2 N erő képes 1 cm-rel megnyújtani. Kezdetben a fonalak eredeti hosszúságúak. A testet 3 cm-rel balra húzzuk, azután elengedjük.

Elemezzük a mozgás lefolyását! Rajzoljuk meg az elmozdulás-idő diagramot!

$$(T_1 = 1,046 \text{ s}; T_2 = 1,57 \text{ s}; A = 4,5 \text{ cm}; V_{\max} = 0,18 \text{ m/s})$$

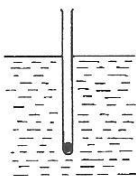
713. Hosszú, vékony, egyenes  $A$  keresztmetszetű üvegcső aljába ólmot helyezünk. A vízben függőleges helyzetben úszik úgy, hogy a vége kiáll a vízből. A csövet kicsit kimozdítjuk egyensúlyi helyzetéből, majd elengedjük.

a) Milyen mozgást végez a cső, ha a víz ellenállását eltekintünk?

$$(F_c = -A\rho g y; \text{harmonikus rezgőmozgás})$$

b) A kiálló rész két szélső helyzete közötti távolság kezdetben 6 cm, a

legnagyobb gyorsulás  $0,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Mekkora a rezgés periódusideje? (2,8 s)



714. Rugós erőmérő 1 N súlyú test hatására 5 cm-rel nyúlik meg. Az erőmérőre 200 g tömegű tányért függesztünk. A tányér felett 10 cm magasságban 100 g tömegű ólomgolyót engedünk el. A golyó a tányérral rugalmatlanul ütközik. A csillapodástól eltekintünk.

a) Mekkora lesz a kialakuló rezgés rezgésideje? (0,769 s)

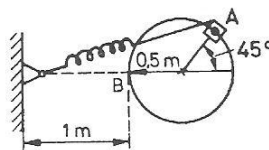
b) Mekkora a kialakuló rezgés amplitúdója? (30,6 cm)

c) Mekkora a rugó legnagyobb megnyúlása? (15,6 cm)

715. A rajz szerinti, vízszintes síkú körpályán a rugófesztés hatására az 1 kg tömegű test a kör alakú gyűrűn súrlódásmentesen mozoghat. A rugó terheletlen hossza 0,6666 m, és 40 N erő nyújtja meg 1 m-rel.

a) Mekkora gyorsulással indul el az  $A$  pontból az elengedett test? (27,42 m/s<sup>2</sup>)

b) Mekkora lesz a test sebessége a  $B$  pontban? (7,4 m/s)



## 2. Ingamozgás

716. Mekkora az 1 m hosszú fonálinga fél lengésideje, ha  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . (0,992 s  $\approx$  1 s)

717. Mennyi annak az ingának a hossza, amelynek teljes lengésideje 2 s, ha a  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . (0,994 m  $\approx$  1 m)

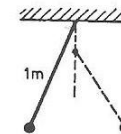
718. Egy fonálingát 2 m hosszú fonalból és pontszerűnek tekinthető 20 g tömegű testből készítettük el.

a) Mekkora az inga lengésideje kis szögkitérés esetén? (2,8 s)

b) Mekkora a lengésidő, ha a fonalat méterenként 10 g tömegű merev rúddal helyettesítjük? (2,63 s)

719. 1 m hosszú fonálinga lengési síkjában, a felfüggesztés alatt 20 cm távolságban akadályt helyezünk el (pl.: egy vékony vízszintes helyzetű fémrudat).

Mekkora az így kapott inga lengésideje, ha a fonál nagyon hajlékony? (1,875 s)



720. Két inga mozgását hasonlítjuk össze. Azonos idő alatt az egyik inga 15 teljes lengést végez, a másik csupán 10 teljes lengést. Határozzuk meg az ingák hosszát, ha csupán azt tudjuk, hogy az egyik inga 20 cm-rel hosszabb mint a másik.

a) Oldjuk meg a feladatot paraméteresen!

$$(l_1 = \frac{z_2^2 d}{z_1^2 - z_2^2})$$

b) Számítsuk ki az ingák hosszát!

$$(l_1 = 16 \text{ cm}; l_2 = 36 \text{ cm})$$

\*721. Egy földrengésnél a földfelszín vízszintesen mozgott. Először egy hirtelen lökessel 5 cm-rel jobbra, azután 1 s múlva egy hirtelen lökés 5 cm-rel balra mozdította el a földfelszínt. A mennyezetről 4 m hosszú fonálon csillár lóg le.

Mekkora amplitúdóval leng a csillár a földrengés után?

$$(7,09 \text{ cm})$$

722. Két fonálinga közül az egyik, 50-et leng, amíg a másik 52-t. Ha az utóbbi inga hosszát 10 cm-rel megnöveljük már csak 48 lengést végez a másik 50 lengésének ideje alatt. Mennyivel kell megrövidíteni a második inga hosszát, hogy a két inga lengésideje pontosan megegyezék? (5,3 cm)

723. Mennyi egy méterrúdnak, mint fizikai ingának a lengésideje az egyik végén átmenő vízszintes tengelye körül? (1,62 s)

Milyen hosszú fonálinga lengésideje ugyanennyi? (0,66 m)

724. 1 m hosszú homogén rudat a rúd egyik végén átmenő, merőleges tengely körül lengetünk. Mennyi lesz az inga redukált hossza és a lengésszám? (0,66 m; 0,61 1/s)

725. Súlytalanak tekinthető merev rúd hossza 3 m. A végeire 1 kg tömegű, kis méretű golyókat erősítettek. Az egész rendszer a felső végétől 1 m-re levő vízszintes tengely körül kis kitérésű lengéseket végez.

Mekkora a lengésidő?

$$(4,44 \text{ s})$$



## 3. Mechanikai hullámok

726. Mekkora a 300 Hz frekvenciájú hanghullám hullámhossza? (1,13 m)

727. Milyen hosszú hullámvonulat hagyja el a hullámforrást, ha a terjedési sebesség  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , és a 800 Hz frekvenciájú hullámforrásból 16 000 teljes hullám lép ki? (6800 m)

728. Mekkora az egymástól 30 cm távol fekvő pontok fáziskülönbsége a 4 Hz frekvenciájú  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel terjedő hullámban?  $(0,6 \pi = 107,94^\circ)$

729. Mekkora két azonos fázisban rezgő pont távolsága, ha a hullám  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel halad és a hullámforrás frekvenciája 170 Hz.  $(\lambda = 2 \text{ m}; d = k \cdot 2 \text{ m}, \text{ ahol } k = 1, 2, 3, \dots)$

730. Haladó hullám hullámhossza új közegbe érve 5 mm-rel megnövekszik. A frekvencia 500 Hz. Mekkora változott a terjedési sebessége? (2,5 m/s)

731. Pontszerű hullámforrásból gömbhullámok indulnak ki. Frekvenciájuk 800 Hz, terjedési sebességük  $400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Mekkora a fáziskülönbség a hullám két olyan pontja között, amelyek 40 cm, ill. 70 cm-re vannak a hullámforrástól?  $(1,2 \pi = 216^\circ)$

732. Végtelen hosszú, rugalmas pontsoron transzverzális hullám halad. Az azonos fázisban levő pontok legkisebb távolsága 15 cm, az amplitúdó 5 cm, a rezgő tömegpontok legnagyobb sebessége  $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- a) Mekkora a hullám terjedési sebessége? (19,1 m/s)  
 b) Mekkora a rezgő tömegpontok legnagyobb gyorsulása? (32 000 m/s<sup>2</sup>)  
 c) Mekkora a frekvencia? (127,3 1/s)

733. Egy fal előtt álló ember elsüt egy pisztolyt. Ő vagy a faltól kétszer távolabb álló társa észlelt nagyobb időkülönbséget az elsődleges hang és a visszhang között?

(Ha a falra merőleges, egy egyenesen állnak mindketten, akkor azonos különbséget észlelnek. Ha nem a falra merőleges egy egyenesen állnak, a pisztolyt elsütő nagyobb időkülönbséget észlel.)

734. Haladó hullám hullámhossza, új közegbe merőlegesen érve, 25%-kal csökken. A frekvencia 1500 Hz. A terjedési sebesség  $90 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  lesz.

Mekkora távolságban vannak a közeget határ két oldalán levő első, azonos fázisú pontok egymástól? (7 cm)

735. Rugalmas cérnaszálon haladó transzverzális hullám miatt a cérnát, ha a rezgés síkjára merőlegesen nézünk rá 14 mm „vastagnak” látjuk. Szemünk felbontó képessége 0,04 s. Legalább mekkora a cérna rezgő részecskéinek legnagyobb gyorsulása? (43,1 m/s<sup>2</sup>)

736. Keskeny, 3,5 kHz frekvenciájú hullámmalaláb érzék keménygumi tömbben a leve érintkező acéltömb határfelületéhez, 10°-os beesési szöggel. Terjedési sebessége a keménygumi miban  $1570 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , az acélban  $5000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- a) Mekkora az acélba átlépő hullámmalaláb törési szöge? (33,5°)  
 b) Mennyivel változik a hullámhossza? (0,98 m)

737. Keskeny hullámmalaláb vízből üvegbe lép át, 10°-os beesési szöggel. Terjedési sebessége a vízben  $1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , az üvegben  $5400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- a) Mekkora a hullámmalaláb irányváltoztatási szöge? (28,18°)  
 b) Mennyivel változik a hullámhossza, ha a frekvenciája 1 kHz? (3,9 m)

738. Keskeny hullámmalaláb betonból acélba halad át, sík határfelületen. Kezdetben az acélban a hullámmalaláb 60°-os szöget zár be az elválasztó felülettel. Ha a beton felől érkező hullámmalaláb 5°-kal irányt változtat, az acélbeli hullámmalaláb már csak 51°-ot zár be a határfelülettel.

Mekkora beesési szöggel érkezett kezdetben a betonbeli hullámmalaláb a választófelülethez? (18,37°)

\*739. 2 kHz frekvenciájú síkhullám merőlegesen halad át egy 8 cm vastagságú rétegen, amelyben a terjedési sebessége ötödére csökken. A réteg után ugyanaz a közeg van, mint előtte. A hullám fázisviszonyait vizsgálva azt találjuk, hogy a réteg előtt 40 cm-re, továbbá a réteg első és hátsó határán azonos a fázis azzal, amely a réteg után 30 cm-re van.

Mekkora a terjedési sebesség a rétegben, ha tudjuk, hogy  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ -nál nem lehet kisebb?

(200 m/s; 40 m/s)

740. 1500 Hz frekvenciájú keskeny hullámmalaláb gumiból vasba lép át. Beesési szöge 0,3°. Terjedési sebessége a gumiban  $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , a vasban  $5100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Mekkora irányváltoztatást szenved a hullám? (41,58°)

Mennyit változik a hullámhossza? (3,37 m)

\*741. Haladó hullám hullámhossza, merőlegesen új közegbe érve, 20%-kal csökken. Terjedési sebessége az első közegben  $120 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . A közeget határtól 48 cm-re levő pontokban is a hullám fázisa ellentétes az első, ill. a második közegben.

Mekkora a hullám frekvenciája, ha tudjuk, hogy nem lehet nagyobb 1000 Hz-nél? (500 Hz)

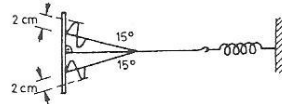
\*742. Haladó hullám merőlegesen érkezik két közeg határához. A közeget határ előtt 45 cm-re és a közeget határ után 44 cm-re levő pontokban is azonos a fázis. A terjedési sebesség az első közegben  $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , a másodikban  $160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Mekkora a frekvencia, ha tudjuk, hogy 3 kHz-nél nem nagyobb? (2000 Hz)

\*743. Haladó hullám merőleges beeséssel új közegbe lép, ahol terjedési sebessége  $\frac{4}{3}$  szorosára nő. Az első közegben, ahol a terjedési sebessége kisebb, a határfelület előtt 6 cm-re, ill. a második közegben a határfelülettől 8,4 cm-re vizsgálva a hullám fázisát, azt éppen ellenkezőnek találjuk. A frekvencia 10 kHz.

Mekkora a terjedési sebesség az első közegben, ha tudjuk, hogy legalább  $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ -nak kell lennie?  
( $k=3$ ; 51,4 m/s)

744. Interferencia-kísérlethez használt gumikötél minden ága azonos anyagból készült és egyenlő vastag. A két egyenlő hosszúságú villás szár  $30^\circ$ -os szöget zár be egymással és egy megfelelő hosszúságú pálcára két végére van erősítve. A főág erre a pálcára merőleges. A két villás ág végét azonos fázisban rezgetjük 2 cm-es amplitúdóval, miáltal transzverzális hullám fut végig rajtuk és a főágon. A főágot a villával ellentétes végén dinamométerhez kötjük, amely 20 N erőt mutat. A köteleken a hullámok terjedési sebessége arányos a feszítőerő négyzetgyökével. A két villás ágon, a szomszédos azonos fázisú pontok távolsága 20 cm.



a) Mekkora lesz a hullámhossz a főágon?  
b) Mekkora a főágon az amplitúdó?

(27,79 cm)  
(4 cm)

## 4. Hang

745. Mindkét végén nyitott üveghenger fölé, amelynek alsó végét vízbe merítjük, egy 440 Hz frekvenciájú hangot adó hangvillát tartunk. Az üveghengert függőleges irányban kicsit mozgatva, egy bizonyos magasságnál erősebb hangot (rezonanciát) észlelünk. Milyen hosszú rész áll ki a vízből ekkor?  
(0,192 m)

746. Egy hangszer állítható hosszúságú húrját megpendítve 460 Hz-es hangot hallunk. A húr 8 cm-rel rövidebbre fogva, 580 Hz lesz a rezgésszáma. Mekkora a húrban a transzverzális hullám terjedési sebessége?  
(355,7 m/s)

747. Mennyivel kell megrövidíteni a 40 cm hosszú zárt síp légterét, hogy a hang frekvenciája 20 Hz-cel emelkedjék?  
(3,5 cm)

748. 0,42 m hosszú cső kétféle alaphangú síppá alakítható, nyitott, ill. zárt síppá. A hang terjedési sebessége  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .  
Mekkora a két síp alaphangjának frekvenciája?  
(404,76 Hz; 202,38 Hz)

749. Egy oszlopsor előtt, azzal párhuzamosan állandó sebességgel elhaladó motorkerékpáros periodikusan ismétlődő hangerősödést észlel.

a) Hogyan magyarázható a jelenség? (A motor hangjával együtt a visszavert hangot is hallja.)  
b) Mekkora időközönként hallja a hangerősödéset, ha a motoros sebessége  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , az oszlopok távolsága 3 m?  
(0,18 s)

750. Nyugvó közegben a közeghez képest nyugvó hullámforrás 25 Hz frekvenciájú hullámot kelt. Mekkora hullámhosszat és frekvenciát észlel a hullámforrás felé  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel közeledő megfigyelő, ha  $400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  a hullám terjedési sebessége?  
(16 m; 25,12 Hz)

751. Nyugvó közegben, az észlelő felé  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel haladó hullámforrás  $5 \frac{1}{\text{s}}$  frekvenciájú hullámokat kelt. Mekkora hullámhosszat mér és mekkora frekvenciát észlel a közeghez képest nyugvó megfigyelő, ha a hullám terjedési sebessége  $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ?  
(19 m; 5,26 Hz)

752. A megfigyelő a hullámokkal szemben haladva  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel, 360 hullámot (periódust) számol meg másodpercenként; velük egyirányban haladva, ugyanakorra sebességgel pedig 320 hullámot számol másodpercenként. Mekkora a hullám terjedési sebessége?  
(340 m/s)

753. Nyugvó közeghez képest ugyanazon egyenes mentén a hullámforrás  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , az észlelő  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel mozog megegyező irányban. A hullámforrás sebessége az észlelő felé mutat. A hullám terjedési sebessége  $380 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , frekvenciája 440 Hz.  
Mekkora az észlelt hullámhossz és frekvencia?  
(0,85 m; 443,5 Hz)

754.  $A_1$  és  $A_2$  hangszórót közös hanggenerátorról működtetünk, amelynek frekvenciája 750...820 Hz között folyamatosan változtatható. A két hangszórómembrán azonos fázisú, harmonikus rezgéseket végez. A hang terjedési sebessége  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

a) Mekkora az a frekvencia, amelynél a P pontban maximális erősítést kapunk?  
(767,49 Hz)  
b) Mely hullámhossznál kapjuk P pontban a legnagyobb mértékű gyengítést?  
(0,421 m)

