

2.1. Fogalmak, jelenségek és törvényszerűségek

2.1.1. Harmonikus rezgés

Harmonikus rezgésről beszélünk, ha a rugalmas közeg részecskéinek, vagy valamely rugóval összekapcsolt tömegnek az egyensúlyi helyzet körüli váltakozó irányú mozgását az idő szinusz-, vagy koszinusz függvényeivel írhatjuk le. A harmonikus rezgés legfontosabb jellemzőit a 2.3. ábra segítségével ismertetjük. A **periódusidő** (T) azt az időtartamot (s) jelenti, amely alatt egy teljes rezgés lejátszódik. A **frekvencia** (f) a másodpercenkénti rezgések (periódusok) száma. Az egység neve hertz (Hz), a német *H. Hertz* fizikus neve után.

$$f = \frac{1}{T} \text{ s}^{-1}. \quad (2.1)$$

A **körfrekvencia** (ω)^{2.3)} a frekvencia 2π -szerese:

$$\omega = 2\pi f \text{ rad/s}. \quad (2.2)$$

A **rezgéselmozdulás** (ξ) a rezgő test, vagy részecske pillanatnyi eltávolodása a nyugalmi helyzettől:

$$\xi = \hat{\xi} \sin \omega t \text{ m}, \quad (2.3)$$

ahol $\hat{\xi}$ a rezgéselmozdulás legnagyobb pillanatnyi értéke, vagy más néven amplitúdója.

A **rezgéssebesség** (v) a rezgő test, vagy részecske pillanatnyi sebessége, a rezgéselmozdulás idő szerinti deriváltja:

$$v = \frac{d\xi}{dt} = \omega \hat{\xi} \cos \omega t \text{ m/s}. \quad (2.4)$$

A rezgéssebesség legnagyobb értéke (amplitúdója) azokban a pillanatokban van, amikor a rezgő test áthalad nyugalmi helyzetén, a (2.4) függvény értéke pedig maximum, azaz $\cos \omega t = 1$. Ezek a helyek: $\omega t = 0, 2\pi, 4\pi$, stb., így a rezgéssebesség amplitúdója (\hat{v}):

$$\hat{v} = \omega \hat{\xi} \text{ m/s}. \quad (2.5)$$

A **rezgés gyorsulás** (a) a rezgő test, vagy részecske pillanatnyi gyorsulása, a rezgéssebesség idő szerinti deriváltja:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 \hat{\xi} \sin \omega t \text{ m/s}^2. \quad (2.6)$$

A rezgés gyorsulás legnagyobb értéke (amplitúdója) azokban a pillanatokban van, amelyekben a (2.6) függvény értéke maximum, azaz $\sin \omega t = -1$. Ilyen pillanat például $\omega t = 3\pi/2$, a rezgés gyorsulás amplitúdója (\hat{a}) pedig:

$$\hat{a} = \omega^2 \hat{\xi} \text{ m/s}^2. \quad (2.7)$$

A (2.5) összefüggés alapján $\hat{\xi} = \hat{v}/\omega$. Ezt helyettesítve a (2.7) egyenletbe, \hat{a} és \hat{v} között létesíthetünk kapcsolatot:

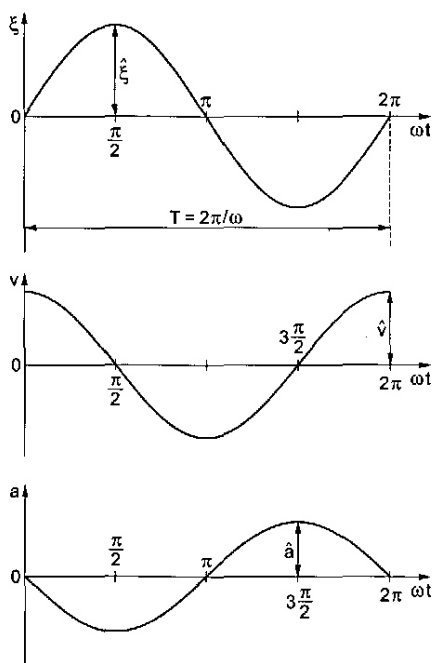
$$\hat{a} = \omega \hat{v} \text{ m/s}^2. \quad (2.8)$$

2.1.2. Az effektív érték

A rezgések energiataralmával és hatásaival az effektív érték, vagy más néven **négyzetes középérték** (\tilde{x}) van közvetlen kapcsolatban, amelynek általános fogalmi definíciója a (2.9) összefüggés:

2.3) Az egyensúlyi helyzet körüli rezgőmozgást általában úgy írják le, mint a körpályán ω egyenletes sebességgel mozgó pontnak a mozgás síkjára merőleges vetületét. Egy körforgás szöge radiánban 2π , így az f frekvenciához tartozó körfrekvencia: $\omega = 2\pi f$ rad (1 radián az a szög, amelynek ívhossza a kör sugarával azonos).

$r = 1$ feltételezésével $1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57,3^\circ$.



2.3. ábra

A harmonikus rezgés jellemzőinek időfüggvényei és az amplitúdók egymáshoz való viszonyai

- ξ rezgéselmozdulás
- v rezgéssebesség
- a rezgés gyorsulás

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}, \quad (2.9)$$

ahol x valamely rezgésjellemező (ξ, v, a) pillanatnyi értéke,
 T periódusidő s.

Szinuszos rezgés esetén a 2.4. ábra alapján fennáll a következő azonosság:

$$\int_0^T \hat{x}^2(t) dt = T \frac{\hat{x}^2}{2}. \quad (2.10)$$

A (2.9) összefüggés jobb oldalán lévő integrált a (2.10) azonosság szerint helyettesítve, a szinuszos rezgés effektív értékét nyerjük:

$$\bar{x} = \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}} = 0,707 \hat{x}. \quad (2.11)$$

2.1.3. Koncentrált mechanikai elemekből álló rezgő rendszerek

Az épületszerkezetek és más műszaki megoldások egy csoportjának (például rugóra helyezett gépalap, úszópadló, falburkolat, kéthéjű fal^{2.4)}, vagy földém) rezgéstani tulajdonságait koncentrált mechanikai elemekből álló rezgő rendszerként vizsgáljuk. Ilyenkor feltételezzük, hogy a szerkezetek – a különféle mechanikai és hanghatások következtében – együtt mozdulnak el (a szerkezetek részecskéi együtt rezegnek), a szerkezetekben nem jön létre hullámterjedés. A legegyszerűbb koncentrált mechanikai rendszer elemei: a mechanikai tömeg, a mechanikai rugó és a veszteségi ellenállás, a 2.6. ábra szerint.

A mechanikai tömeg a szinuszosan változó F gerjesztő erő hatására egyensúlyi helyzete körül harmonikus rezgőmozgást végez. A tömegre ható erő és a keletkező rezgésgyorsulás között *Newton 2. mozgástörvényével* létesíthetünk kapcsolatot:

$$F = m a \quad \text{N}, \quad (2.12)$$

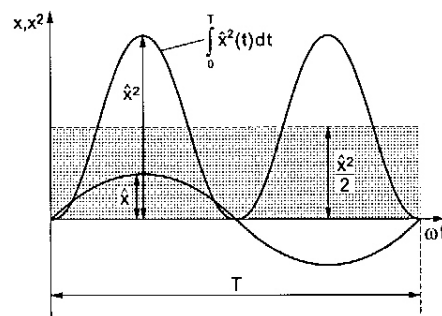
ahol F erő N,
 m mechanikai tömeg kg,
 a rezgésgyorsulás m/s^2 .

A mechanikai tömeg a mozgási energiával (E_{kin}) van kapcsolatban.

A mechanikai rugó harmonikus függvény szerint változó helyzeti energiát (E_{pot}) halmoz fel. A mechanikai rugó jellemzője a **rugómerevség** (s), amely a rugóra ható F erő és az általa előidézett ξ elmozdulás hányadosa (lásd a 2.7. ábrát):

$$s = \frac{F}{\xi} \quad \text{N/m}. \quad (2.13)$$

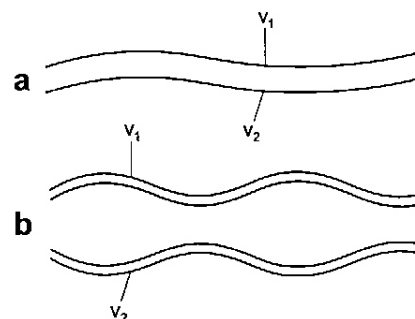
A veszteségi ellenállás (r) a rezgési folyamat során fellépő különféle fizikai jelenségek – főként súrlódási hőveszteség és sugárzás – révén energia-veszteséget idéz elő. A hangszigeteléssel kapcsolatos rezgéstani számítások során a veszteségi ellenállás általában csekély értékét figyelmen kívül hagyjuk. A gyakorlatban azonban számos műszaki megoldást alkalmazunk, amelyeknél a súrlódás fontos szerepet játszik, amint azt a hangszigetelés gyakorlatával foglalkozó fejezetekben látni fogjuk.



2.4. ábra

Szinuszos rezgés effektív értékének levezetéséhez

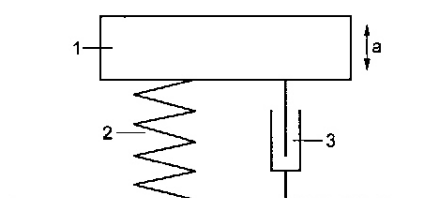
2.4) Valamely fal, vagy földém **egyhéjű**, ha a látszó felületek azonos felületi normálissal rendelkező pontjaiban a léghangok által gerjesztett rezgések iránya és erőssége (v) egyenlő (2.5/a. ábra). A szerkezetet **kéthéjű**, ha a külső felületek rezgéseinek iránya és erőssége nem egyenlő (2.5/b. ábra).



2.5. ábra

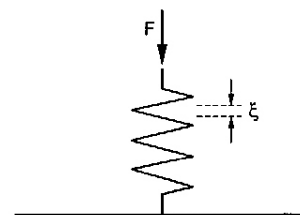
Az egyhéjű (a) és a kéthéjű (b) szerkezet fogalmának értelmezése [34]

a Egyhéjű: $v_1 = v_2$ b Kéthéjű: $v_1 \neq v_2$



2.6. ábra

A legegyszerűbb koncentrált mechanikai rendszer vázlata és elemei
 1 mechanikai tömeg 2 mechanikai rugó
 3 veszteségi ellenállás



2.7. ábra

A rugómerevség értelmezéséhez

2.5) Az analógia fizikai alapja az a tény, hogy mindkét esetben az energia formájának hasonló matematikai formulákkal leírható, időbeli változása megy végbe. A mechanikai rendszerben egy külső erő által létrehozott energia egyik pillanatban kinetikus-, másikkban potenciális energia formájában van jelen, végül pedig sűrűlódási hővé alakul. Az elektromos rezgőkörben hasonló folyamat megy végbe. A feszültség által egy tekercsben indukált mágneses energia a kapacitásban elektromos energiává-, majd az Ohmos ellenálláson hővé alakul.

2.6) Az analóg elektromos impedancia képlete:

$$Z_e = \frac{\hat{u}}{\hat{i}},$$

ahol \hat{u} a feszültség amplitúdója V ,
 \hat{i} az áram amplitúdója A ;

az elektromos teljesítmény pedig:

$$\hat{u} \hat{i} = \hat{P}_e W.$$

2.7) Meg kell jegyeznünk, hogy az impedancia vektormennyiség, amelyet nagyságával (abszolút értékével) és fázisszögével (komplex számmal) lehet matematikailag leírni. A hangszigeteléssel kapcsolatos számítások során a fázisviszonyokat nem vesszük figyelembe, csak az abszolút értékkel (Z) számolunk. Nem használjuk azonban az abszolút érték jelét.

2.8) Erre a jellegre utalunk a Z_m^+ jelöléssel.

2.9) Erre a jellegre a következőkben a Z_s^- jelöléssel fogjuk felhívni a figyelmet, mivel a rugóban keletkező erő iránya ellentétes a rezgő tömeg gyorsulása révén keletkező erő irányával.

2.1.4. Analógia a mechanikai és az elektromos rezgő rendszerek között. Impedanciák

A klasszikus rezgéstanban differenciálegyenletek felállítása és megoldása révén vizsgálják a rezgő rendszerek tulajdonságait. Reichardt professzor könyvének [35] 28. oldalán olvashatjuk, hogy H. Barkhausen [36] már 1932-ben felismerte a mechanikai rezgő rendszerek és az elektromos áramkörök elemeinek viselkedése közötti analógiát.^{2.5)} Ez a felismerés lehetővé tette, hogy differenciálegyenletek helyett az elektromosságban kialakult és a gyakorlatban évtizedek óta alkalmazott, viszonylag egyszerű módszerekkel vizsgáljuk a rezgés jellemzőinek a frekvencia függvényében végbe menő változásait. Ezekhez a vizsgálatokhoz meg kell ismerkednünk az impedancia-fogalmakkal.

A mechanikai impedancia (Z) olyan – szinuszosan változó – két mennyiség hányadosa, amelyek szorzata teljesítményt eredményez:^{2.6)}

$$Z = \frac{\hat{F}}{\hat{v}} \quad \text{Ns/m}, \quad (2.14)$$

ahol \hat{F} a rezgést gerjesztő külső erő amplitúdója N ,
 \hat{v} a gerjesztett rezgéssebesség amplitúdója m/s .

Az impedancia^{2.7)} – amelyet Valkó Iván Péter *gátlásnak* is nevezett [37] – lényegében azt fejezi ki, hogy egy rezgő rendszert, vagy annak valamely elemét milyen nehéz rezgésbe hozni. A (2.14) összefüggés alapján nyilvánvaló, hogy adott \hat{F} erő esetén a rezgéssebesség (\hat{v}) annál kisebb, minél nagyobb Z értéke:

$$\hat{v} = \frac{\hat{F}}{Z} \quad m/s. \quad (2.15)$$

A tömegimpedancia (Z_m^+) számítására alkalmas összefüggést a mechanikai impedancia fogalmát értelmező (2.14) formulából vezethetjük le. Ha a számlálóban lévő rezgéskeltő \hat{F} erőt a (2.12) összefüggés szerint-, a nevezőben lévő \hat{v} sebességamplitúdót pedig a (2.8) egyenlet alapján ($\hat{v} = \hat{a}/\omega$) helyettesítjük, a (2.14) formula így módosul:

$$Z_m^+ = \omega m = 2\pi f m \quad \text{Ns/m}. \quad (2.16)$$

A (2.16) összefüggés szerint a tömegimpedancia a frekvenciával és a tömeggel arányos. Így is fogalmazhatunk: egy rezgő rendszer adott nagyságú (m) tömegét annál nehezebb rezgésbe hozni (annál nagyobb a tömeg rezgésgátló impedanciája), minél nagyobb a gerjesztő frekvencia.^{2.8)}

A rugóimpedancia (Z_s^-) számítására alkalmas összefüggéshez az előzőhöz hasonló megfontolásokkal jutunk. A mechanikai impedancia fogalmát értelmező (2.14) formulában szereplő rezgéskeltő \hat{F} erőt a (2.13) egyenlet szerint ($\hat{F} = s \hat{\xi}$), a rezgéssebességet pedig a (2.5) képlet alapján ($\hat{v} = \omega \hat{\xi}$) helyettesítve, a (2.14) formula a következők szerint módosul:

$$Z_s^- = \frac{s}{\omega} = \frac{s}{2\pi f} \quad \text{Ns/m}. \quad (2.17)$$

A (2.17) összefüggés szerint a rugóimpedancia a rugómerevséggel egyenesen-, a frekvenciával pedig fordítottan arányos. Másként fogalmazva: egy rezgő rendszer adott nagyságú (s) rugómerevséggel rendelkező rugóját annál nehezebb rezgésbe hozni (annál nagyobb a rezgésgátló impedanciája) minél kisebb a gerjesztő frekvencia.^{2.9)}

A veszteségi impedancia (Z_r) az elektromos ellenálláshoz hasonlóan, a frekvenciától független valós szám, amely a – főként súrlódás hatására bekövetkező – mechanikai energiavesztés jellemzője:

$$Z_r = \frac{\hat{F}}{\hat{v}} = r \quad \text{Ns/m.} \quad (2.18)$$

2.1.5. A tömeg – rugó – ellenállás rendszer mechanikai impedanciája

A rendszer elemeinek impedanciáit (Z_m^+ , Z_s^- , Z_r) a 2.6. ábrához alakilag hasonló, 2.8. ábrán tüntettük fel. A rendszer eredő impedanciáját (Z_Σ) a következő megfontolások alapján határozhatjuk meg, a [38] forrásmunkára támaszkodva.

A három elem mereven van egymáshoz rögzítve, ennek következtében egyenkénti rezgéssebességük azonos és megegyezik a teljes rendszer (\hat{v}) sebességével:

$$\hat{v} = \hat{v}_m = \hat{v}_s = \hat{v}_r \quad \text{m/s,} \quad (2.19)$$

ahol az m , s , r indexek a tömegre-, a rugóra-, illetve az ellenállásra utalnak. Az \hat{F} gerjesztő erő megoszlik a három elem között:

$$\hat{F} = \hat{F}_m + \hat{F}_s + \hat{F}_r \quad \text{N.} \quad (2.20)$$

A 2.8. ábra szerinti rezgő rendszer eredő impedanciájának (Z_Σ) számítására alkalmas összefüggéshez jutunk, ha a (2.14) formulában szereplő \hat{F} erőt a (2.20) egyenlet szerint helyettesítjük:

$$Z_\Sigma = \frac{\hat{F}_m + \hat{F}_s + \hat{F}_r}{\hat{v}} \quad \text{Ns/m.} \quad (2.21)$$

Az osztás elvégzése és \hat{v} értékének a (2.19) formula alapján történő célszerű helyettesítése után a (2.21) összefüggés így módosul:

$$Z_\Sigma = \frac{\hat{F}_m}{\hat{v}_m} + \frac{\hat{F}_s}{\hat{v}_s} + \frac{\hat{F}_r}{\hat{v}_r} \quad \text{Ns/m.} \quad (2.22)$$

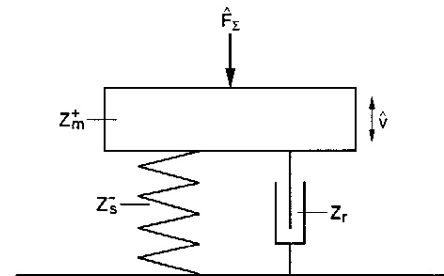
A (2.22) egyenlet jobb oldalának három tagja az elemek impedanciáival azonos, így általános szabályként kimondhatjuk, hogy az eredő impedancia az elemek impedanciáinak összegével egyenlő, ha az elemek úgy vannak egymáshoz rögzítve, hogy rezgéssebességük azonos. (Az összegezést azonban a 2.8) és 2.9) széljegyzetek figyelembevételével kell elvégezni, azaz a tömegimpedanciát pozitív-, a rugóimpedanciát pedig negatív előjellel kell figyelembe venni.)

A fentiek alapján az eredő mechanikai impedancia egyenlete:

$$Z_\Sigma = \omega m - \frac{s}{\omega} + r \quad \text{Ns/m.} \quad (2.23)$$

2.1.6. A kényszerrezgésre gerjesztett tömeg – rugó – ellenállás rendszer rezgésjellemzőinek frekvenciafüggvényei

A 2.8. ábra szerinti – tömegimpedanciával (Z_m^+), rugóimpedanciával (Z_s^-) és veszteségi impedanciával (Z_r) rendelkező – rezgő rendszer (röviden: tömeg – rugó – ellenállás rendszer) rezgésjellemzőinek frekvenciafüggvényeit rezgéstani módszerrel határozzák meg. A módszer elve évtizedek óta ismert. A 2.9. ábrán látható mérési elrendezést *L. Cremer* könyvéből [7] vettük át.^{2.10)} A vizsgálandó rendszert a 4 jelű, állandó amplitúdójú és



2.8. ábra

A tömeg – rugó – ellenállás rendszer impedancia-elemei

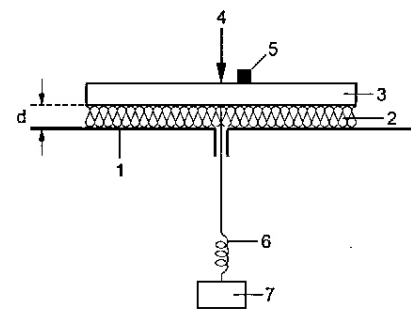
\hat{F} a rezgést gerjesztő, szinuszosan változó erő amplitúdója

\hat{v} a rezgő rendszer rezgéssebességének amplitúdója

Z_m^+ tömegimpedancia

Z_s^- rugóimpedancia

Z_r a súrlódási ellenállás impedanciája



2.9. ábra

Mérési elrendezés a dinamikai jellemzők meghatározására [7]

1 merev felület

2 a rezgő rendszer rugója

3 a rezgő rendszer tömege

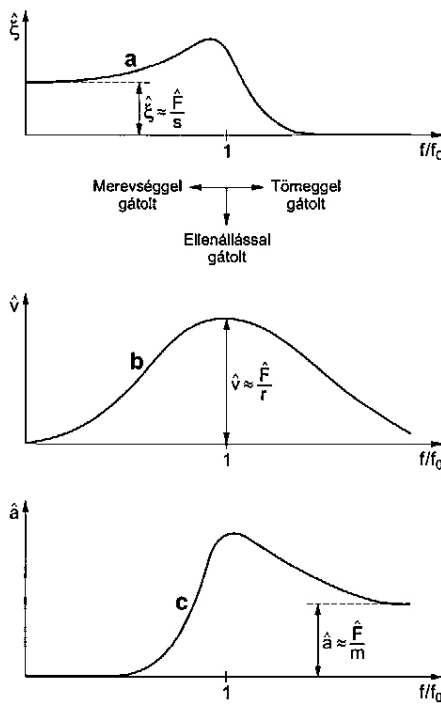
4 gerjesztő erő

5 rezgésérzékelő

6 kis merevségű rugó

7 statikus előterhelést adó tömeg

2.10) Ma már rázóasztalt használnak az ilyen vizsgálatokhoz [39].



2.10. ábra

A kényszerrezgésre gerjesztett tömeg – rugó – ellenállás rendszer jellemzőinek frekvenciafüggvényei [37]

- a Rezgéselmozdulás
- b Rezgéssebesség
- c Rezgésyorsulás

2.11) f_0 értékének és a rezonanciagörbe maximumának pontos meghatározására legalkalmasabb a rezgéssebesség frekvenciafüggvénye (2.10. ábra, b jelű görbe). Ennél a függvénynél az $f/f_0 = 1$ frekvenciahelyen a (2.18) összefüggés alapján:

$$\hat{v} = \frac{\hat{F}}{r},$$

vagyis rezonancia esetén a rezgés erőssége annál kisebb, minél nagyobb az r veszteségi impedancia. Ezért a rezonanciátartományt veszteséggel gátolt tartománynak is nevezzük. A hangszigetelés tárgykörében a súrlódási veszteség rezgéscsökkentő hatásával nem számolunk.

2.12) Ebben a tartományban a rezgésjellemzők pontos értékét a ξ függvény kezdeti értékénél lehet meghatározni, a rugómerevség fogalmát értelmező (2.13) képlet alapján:

$$\hat{\xi} = \frac{\hat{F}}{s}.$$

Ezért alkalmaznak a kisfrekvenciájú rezgéselmozdulások mérésére olyan mérőeszközöket, amelyek az elmozdulással arányos elektromos mennyiséget jeleznek.

változó frekvenciájú külső erővel kényszerrezgésre gerjesztik és az 5 jelű rezgésérzékelőhöz csatlakozó műszerekkel mérik, illetve rögzítik a 2 jelű rugóra helyezett és azzal együttrezgő 3 jelű tömeg rezgéselmozdulásának-, rezgéssebességének-, vagy rezgésyorsulásának amplitúdóit. A kényszerrezgés függvényei minden esetben hasonlóak a 2.10. ábrán feltüntetett, Valkó I. P. könyvéből [37] átvett a, b, c jelű görbékhez. E görbéknek a frekvenciatartományban három jellegzetes szakasza van: rezonanciátartomány, amelyet ellenállással gátolt tartománynak is nevezünk, ill. merevséggel gátolt- és tömeggel gátolt tartomány (lásd a 2.10. ábrán e három tartományra utaló nyilakat).

A rezonanciátartomány mindhárom rezgésjellemző frekvenciafüggvényének legjellegzetesebb, középső szakasza, amelyben a rezgésamplitúdóknak maximuma van. A rezgések nagymérvű felcrösödése azért következik be, mert ebben a tartományban a rezgő rendszernek a (2.23) egyenlettel számítható eredő impedanciája (Z_{Σ}) csekély, vagy zérus (vagyis a rendszernek nincs rezgésálló hatása). Az a frekvencia, amelynél $Z_{\Sigma} = 0$, a **rezgő rendszer sajátfrekvenciája** (f_0), az eredő impedancia pedig a (2.24) összefüggés szerint zérus:

$$Z_{\Sigma} = \omega m - \frac{s}{\omega} + r = 0 \quad \text{Ns/m.} \quad (2.24)$$

Mivel r értéke frekvenciafüggetlen valós szám, a rezonancia keletkezésének frekvenciahelyét a (2.24) egyenletben $r = 0$ helyettesítésével állapíthatjuk meg:

$$\omega m = \frac{s}{\omega} \quad \text{Ns/m,} \quad (2.25)$$

azaz olyan frekvencián (és ennek környezetében) léphet fel rezonancia, amelynél a rezgő rendszer tömegimpedanciájának és rugóimpedanciájának abszolút értéke egyenlő (vagy közel azonos). A (2.25) összefüggésből ($\omega = 2\pi f_0$ helyettesítése után) kifejezhetjük a sajátfrekvenciát:^{2.11)}

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{m}} \quad \text{Hz.} \quad (2.26)$$

A (2.26) összefüggéssel definiált sajátfrekvencia a rezonancia kialakulásának egyik feltétele. A másik feltétel, hogy a gerjesztő erő frekvenciája (f) azonos (vagy közel azonos) legyen az f_0 sajátfrekvenciával, azaz teljesüljön az alábbi egyenlőség:

$$f = f_0 \quad \text{Hz.} \quad (2.27)$$

A rugómerevséggel gátolt tartomány az $f \ll f_0$ frekvenciájú gerjesztő erő által előidézett kényszerrezgések frekvenciafüggvénye. Könnyen belátható, hogy ebben a tartományban a (2.16) egyenlettel definiált tömegimpedancia (Z_m^+) elhanyagolhatóan kicsi a (2.17) formula szerinti rugóimpedanciához (Z_s^-) képest, vagyis fennáll a (2.28) egyenlőtlenség:

$$\frac{s}{2\pi f} \gg 2\pi f m \quad \text{Ns/m,} \quad (2.28)$$

tehát a sajátfrekvenciánál lényegesen kisebb rezgésszámok tartományában a rendszer impedanciáját a rugóimpedancia határozza meg. Ezért használjuk e tartomány megnevezésénél a rugómerevséggel gátolt jelzöt.^{2.12)}

A tömeggel gátolt tartomány az $f \gg f_0$ frekvenciájú gerjesztő erő által előidézett kényszerrezgések frekvenciafüggvénye. Nyilvánvaló, hogy ebben

a tartományban a rugóimpedancia (Z_s^-) elhanyagolhatóan kicsi a tömegimpedanciához (Z_m^+) képest, így fennáll a (2.29) egyenlőtlenség:

$$2\pi f m \gg \frac{s}{2\pi f} \text{ Ns/m,} \quad (2.29)$$

tehát a sajátfrekvenciánál lényegesen nagyobb rezgésszámok tartományában a rezgő rendszer impedanciáját a tömegimpedancia határozza meg. Ezért használjuk a tömeggel gátolt jelzőt e tartomány megnevezésénél.^{2.13)}

A fentiekben közöltek összefoglalásaként kimondhatjuk, hogy a koncentrált mechanikai elemeket – tömegeket és rugókat – tartalmazó műszaki megoldások (pl. falburkolat, úszópadló, kéthéjű fal vagy földém) rezgéstani és hangszigetelési jellemzői a rezonanciatartományban rendkívül kedvezőtlenek. Ilyen szerkezeteknél azonban elkerülhetetlen a rezonancia, ezért úgy kell méreteznünk azokat, hogy a rezonanciajelenség a hangszigetelési szempontból kevésbé fontos frekvenciák tartományában játszódjon le. A későbbiek során látni fogjuk, hogy hangszigetelési szempontból előnyös a minél nagyobb tömeg, ezért arra kell törekednünk, hogy a tervezett szerkezet a hangszigetelés szempontjából fontos frekvenciatartományban tömeggel gátolt-, a sajátfrekvencia pedig minél kisebb legyen.

2.1.7. Kéthéjű falak sajátfrekvenciái

A szimmetrikus kéthéjű fal azonos nagyságú (m) tömegei (2.11. ábra) ellenétes irányú rezgéseket végeznek a velük összekapcsolt (s) merevségű rugón (lásd a 2.5/b. ábrát is). E rugónak a szimmetriatengely által kijelölt középpontja mozdulatlan, ugyanúgy, mint a 2.11/b. ábrán a 2 jelű merev felület. Ezzel a megfontolással a valódi tömeg – rugó – tömeg rendszert a 2.11/b. ábra szerinti modellel helyettesíthetjük, amely a korábbiakban már vizsgált egyszerű tömeg – rugó rendszer. Mivel a helyettesítés során feleztük a rugó hosszát, az \hat{F} gerjesztőerő által előidézett rugóelmozdulási amplitúdó a b jelű változatnál $\xi/2$ lesz, a Hooke-törvénynek megfelelően. A rugómerevség fogalmát értelmező (2.13) összefüggés szerint viszont a rugómerevség fordítottan arányos az összenyomódással, így a b jelű helyettesítő modell rugómerevsége az a jelű változat merevségének kétszerese, $2s$ lesz. Ezt helyettesítve a (2.26) formulában szereplő s helyébe, a szimmetrikus kéthéjű fal sajátfrekvenciája:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2s}{m}} \text{ Hz,} \quad (2.30)$$

ahol s az eredeti a modell rugómerevsége N/m,
 m az egyik fal tömege kg.

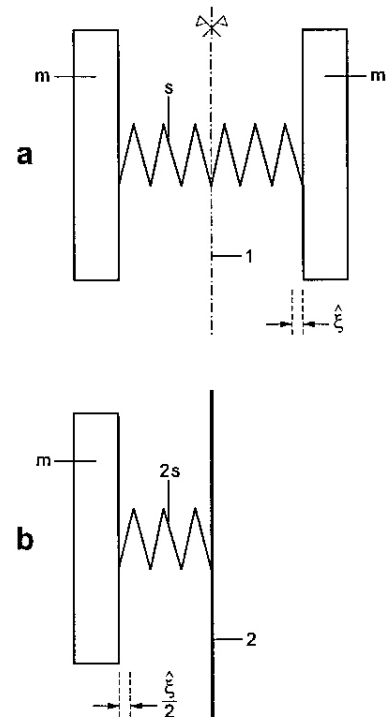
Az aszimmetrikus kéthéjű fal rezgéstani szempontból tömeg – rugó – tömeg rendszert alkot a 2.12/a. ábra szerint. Ez a modell – az eltérő nagyságú tömegek miatt – rezgéstani szempontból meglehetősen bonyolult, ezért a 2.12/b. ábra szerinti egyszerű modellel helyettesítjük. A két modellben azonos az s merevségű rugó és az \hat{F} gerjesztő erő, továbbá adott az a jelű modell m_1 és m_2 tömege, de ismeretlen a helyettesítő b jelű modell m_x tömege, amelyet redukált tömegnek nevezünk. A két modell rezgéstani azonosságának feltétele, hogy az \hat{F} erő a két rendszert azonos nagyságú gyorsulási amplitúdóra gerjessze. Mivel az a jelű modell egészének gyorsulása $\hat{a}_1 + \hat{a}_2$, az azonosság feltétele:

$$\hat{a}_x = \hat{a}_1 + \hat{a}_2 \text{ m/s}^2. \quad (2.31)$$

2.13) Ebben a tartományban a rezgésjellemzők pontos értékét az \hat{a} függvény nagyfrekvenciás szakaszán lehet meghatározni, a mechanikai tömeg fogalmát értelmező (2.12) formula alapján:

$$\hat{a} = \frac{\hat{F}}{m}.$$

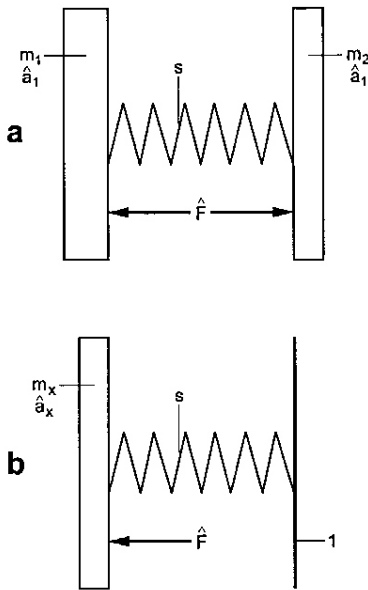
Ezért alkalmaznak a testhangszigetelési jellemzők mérésére olyan mérőeszközöket, amelyek a rezgésgyorsulással arányos elektromos mennyiséget jeleznek.



2.11. ábra

Szimmetrikus kéthéjű fal rezgéstani modelljei

- a Tömeg – rugó – tömeg rendszer
- b a-t helyettesítő tömeg – rugó rendszer
- 1 mozdulatlan semleges tengely
- 2 mozdulatlan merev felület



2.12. ábra

Aszimmetrikus kéthéjú fal rezgéstani modelljei

- a $m_1 - s - m_2$ rendszer
 b $m_x - s$ rendszer
 1 mozdulatlan merev felület

A b jelű modellre felírhatjuk a következő egyenleteket:

$$\hat{F} = m_x a_x, \text{ amelyből:} \quad (2.32)$$

$$\frac{1}{m_x} = \frac{a_x}{\hat{F}}. \quad (2.33)$$

\hat{a}_x értékét a (2.31) formula szerint helyettesítve a (2.33) egyenletbe:

$$\frac{1}{m_x} = \frac{\hat{a}_1 + \hat{a}_2}{\hat{F}} = \frac{\hat{a}_1}{\hat{F}} + \frac{\hat{a}_2}{\hat{F}}. \quad (2.34)$$

$a_1/\hat{F} = 1/m_1$ és $a_2/\hat{F} = 1/m_2$ helyettesítésével az ismeretlen m_x értékének számítására alkalmas egyszerű összefüggéshez jutunk:

$$\frac{1}{m_x} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}. \quad (2.35)$$

$1/m_x$ értékét a (2.35) egyenlet szerint helyettesítve a tömeg – rugó rendszer sajátfrekvenciájára levezetett (2.26) összefüggésben $1/m$ helyébe, az eredeti a jelű modell sajátfrekvenciájának meghatározására alkalmas összefüggéseket írhatunk fel:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{s \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} \text{ Hz}, \quad (2.36)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} \text{ Hz}, \quad (2.37)$$

ahol s az eredeti a jelű modell rugómerevsége N/m,
 m_1, m_2 az aszimmetrikus fal tömegei kg.

2.2. Rugalmassági állandók

A hangszigetelés tárgykörében egyszerű rezgéstani számításokat végzünk annak érdekében, hogy a többhéjú, tömeg – rugó-, vagy tömeg – rugó – tömeg rendszerű szerkezeteket érő, különféle hatások által előidézett rezonanciajelenség a hangszigetelés szempontjából közömbös frekvenciatartományban játszódjon le. Ennek érdekében arra kell törekednünk, hogy a szerkezetek sajátfrekvenciája minél kisebb legyen. A konkrét számítási módszerek ismertetését megelőzően meg kell ismerkednünk a rugót képező anyagok és légrétegek rugalmassági állandóival.

2.2.1. A zárt légtér kompressziós modulusa

A zárt légtér (pl. a kéthéjú fal közötti üres légtér) rugalmasan viselkedik, külső erőhatása rugóként összenyomódik, majd visszanyeri eredeti térfogatát. A relatív térfogatváltozás (δ) dimenzió nélküli mennyiség:

$$\delta = \frac{\Delta V}{V}, \quad (2.38)$$

ahol V az eredeti térfogat m^3 ,
 ΔV térfogatcsökkenés, vagy növekedés m^3 .

A térfogatváltozás arányos az erőhatást előidéző nyomással (p), a (2.39) összefüggés szerint:

$$\delta = \frac{P}{K}. \quad (2.39)$$

A K arányossági tényezőt kompressziós modulusnak nevezzük. 20 °C hőmérsékletű levegő kompressziós modulusa normál atmoszférikus nyomás ($p_0 \approx 10^5$ Pa) mellett: $K \approx 1,4 \cdot 10^5$ Pa.

2.2.2. Statikai rugalmassági modulus

Ezt a fogalmat a dinamikai rugalmassági modulussal kapcsolatos ismeretek könnyebb megértése céljából definiáljuk. Szilárd anyagok (pl. acél, beton) alapvető mechanikai tulajdonságait általában húzó-, illetve nyomó vizsgálattal határozzák meg, rúd alakú, S felületű próbatestek alkalmazásával. A 2.13. ábrán a vizsgálat adatait tüntettük fel. A mérés végzése során meghatározzák az F_x hosszirányú nyomóerő hatására keletkező σ nyomófeszültséget:

$$\sigma = \frac{F_x}{S} \quad \text{N/m}^2, \quad (2.40)$$

valamint a fajlagos hosszirányú hosszváltozást (ε_x), amelyet hosszirányú deformációnak nevezünk:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta \ell}{\ell}. \quad (2.41)$$

Meghatározzák továbbá az ε_y fajlagos szélességváltozást (oldalirányú deformációt) is:^{2.14)}

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta b}{b}. \quad (2.42)$$

A szilárd anyagok rugalmas viselkedésének jellemzésére a nyomófeszültség (σ) és a hosszirányú deformáció (ε_x) összetartozó értékeinek diagramja szolgál, a 2.14. ábra szerint. Az a jelű szakaszban – az arányossági tartományban – érvényes Hooke törvénye, amely szerint a fajlagos hosszváltozás arányos a feszültséggel, azaz:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma}{E_s}. \quad (2.43)$$

Az E_s arányossági tényezőt statikai rugalmassági modulusnak, vagy más néven Young-modulusnak nevezzük. Értéke a (2.43) összefüggés alapján:

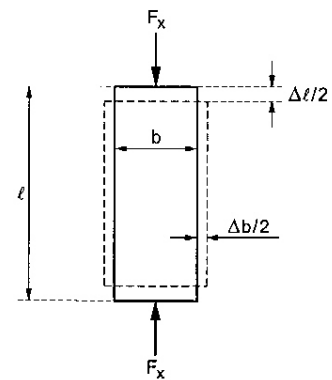
$$E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon_x} \quad \text{N/m}^2 = \text{Pa}, \quad (2.44)$$

amely azonos a 2.14. ábra a jelű szakaszának iránytangensével:

$$E_s = \text{tg } \alpha \quad \text{Pa}. \quad (2.45)$$

2.2.3. A rugóként működő anyagok viselkedésének eltérő sajátosságai statikus és dinamikus terhelés közben

A dinamikus jelzővel olyan anyagtulajdonságokra utalunk, amelyek az anyagok viselkedését az idő függvényében – például szinusz függvény szerint – változó terhelés közben jellemzik és lényegesen eltérnek a statikus jellemzőktől (ilyenek a csekély mértékű deformációt keltő hanghatások is). E problémakör részletes elemzése nem tartozik könyvünk tárgykörébe. (A következőkben közölt anyagtudományi ismereteket Pritz Tamás munkáiból [27] [39] [155] [156] vettük át.) A statikai és dinamikai tulajdonságok eltérésének legfőbb okai a következők:



2.13. ábra

Egy szabályos hasáb alakú próbatest nyomó vizsgálatának adatai

F_x hosszirányú nyomóerő

ℓ a próbatest hossza

b a próbatest szélessége

S a próbatest felülete

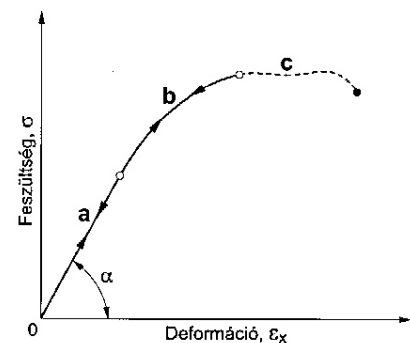
$\Delta \ell$ hosszváltozás

Δb szélességváltozás

2.14) Az oldal- és hosszirányú deformáció arányát Poisson-számnak nevezzük:

$$\nu = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}.$$

Szilárd anyagok Poisson-száma 0 és 0,5 között van.



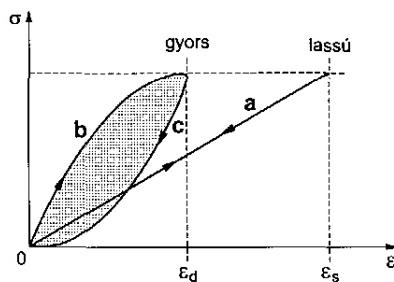
2.14. ábra

Szilárd anyagok $\sigma - \varepsilon_x$ diagramja [39]

a Lineáris szakasz

b Nemlineáris szakasz

c Képlékeny szakasz



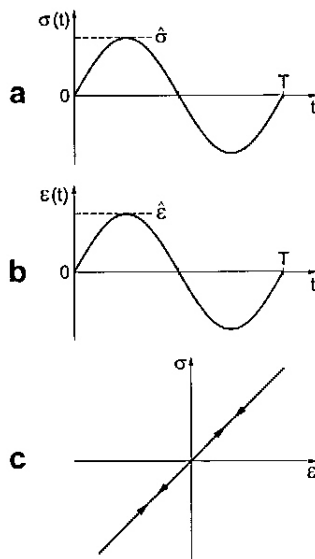
2.15. ábra

Rugóként működő anyagok $\sigma - \varepsilon$ diagramjai [39]

- a Statikus, lassú igénybevétel közben
b - c Dinamikus, gyors igénybevétel közben

2.15) A histerézis görög eredetű szó, jelentése: külső hatásra bekövetkező állapotváltozás.

2.16) Energia-disszipáció



2.16. ábra

Az ideális rugalmasság rezgéstani jellemzése [39]

- a Az idő szinuszfüggvénye szerint változó feszültség
b A feszültséggel egyidejűleg (azonos fázisban) változó deformáció
c A $\sigma - \varepsilon$ diagram növekvő \rightarrow és csökkenő \leftarrow feszültség esetén egymást fedő egyenesek

2.17) A VDI 2062 szabvány [40] E_d -t tárolási modulusnak nevezi, utalva arra, hogy az anyagban tárolt és kisebb-nagyobb mértékben visszanyerhető energia ezzel a jellemzővel van kapcsolatban.

A statikai rugalmassági modulus vizsgálata közben a terhelés növelése lassú, ezért a $\sigma - \varepsilon_x$ görbe lineáris szakaszában (2.14. ábra, a jelű egyenes) a deformáció bármely pillanatban arányos a feszültséggel, a terhelés megszüntetésekor pedig elegendő idő van ahhoz, hogy az anyag visszanyerje eredeti alakját. Ez a tökéletesen rugalmas viselkedés esete, amelyet a 2.14. ábra a jelű $\sigma - \varepsilon$ függvényével jellemezhetünk. (A terhelés növeléséhez, illetve csökkentéséhez tartozó diagramok egymást fedő egyenesek.)

A dinamikai igénybevétel közben gyorsan növekszik-, illetve csökken a feszültség, így nincs elegendő idő az anyag szerkezetének azonnali és folyamatos visszarendeződéséhez, ezért a feszültség növeléséhez-, illetve csökkentéséhez tartozó diagramok nem fedik egymást, ún. **histerézis**^{2.15)} **hurkot** alkotnak (lásd a 2.15. ábrán a b és c jelű görbék által bezárt területet). A hurok tágassága a rezgés közben – főként az anyag részecskéi közötti **belső súrlódás** következtében – elvesző energia^{2.16)} jellemzője. Minél tágasabb a hurok, annál nagyobb az energiavesztés. A 2.15. ábrán azt is megfigyelhetjük, hogy az ugyanolyan σ feszültséghez tartozó dinamikai deformáció (ε_d) kisebb, mint a statikai deformáció (ε_s), azaz fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$\varepsilon_d < \varepsilon_s. \quad (2.46)$$

A (2.46) egyenlőtlenségből következik, hogy a kisebb dinamikai deformáció miatt a **dinamikai rugalmassági modulus** (E_d) nagyobb, mint a statikai modulus (E_s), azaz fennáll az alábbi egyenlőtlenség:

$$E_d > E_s. \quad (2.47)$$

2.2.4. Rugóként működő anyagok dinamikai rugalmassági modulusa

Az előző pontban leírtakat a lejátszódó rezgéstani jelenségek összehasonlításával tesszük szemléletessé.

A statikai vizsgálat során ideális rugalmasságot tételeztünk fel. Rezgéstani értelemben ez azt jelenti, hogy amennyiben a σ feszültség az idő szinuszos függvénye szerint változik (2.16/a. ábra), az ε deformáció is a feszültséggel egyidejűleg (azonos fázisban) módosul (2.16/b. ábra), a $\sigma - \varepsilon$ diagram pedig egyenes (2.16/c. ábra).

Dinamikai igénybevétel közben – feltéve, hogy σ értéke kicsi és az anyag viselkedése lineáris – a deformáció az idő szinuszos függvénye szerint változó feszültséghez képest (2.17/a. ábra) csak egy Δt időkiezésssel képes követni a feszültség változását a belső súrlódás miatt (2.17/b. ábra), a $\sigma - \varepsilon$ diagram pedig a már említett histerézis hurok (2.17/c. ábra).

A dinamikai rugalmassági modulus meghatározása viszonylag egyszerű a 2.1.6. pontban ismertetett mérési módszer alkalmazásával (lásd a 2.9. ábrát). A vizsgálandó E_d dinamikai rugalmassági modulusal^{2.17)} rendelkező anyagból kivágott, S felületű és d vastagságú hasáb képezi a kényszerrezgésre gerjesztett tömeg – rugó rendszer rugózatát, amelynek rugómerevsége s . Könnyen belátható, hogy az említett mennyiségek között fennáll az alábbi összefüggés:

$$s = \frac{E_d S}{d} \quad \text{N/m}, \quad (2.48)$$

azaz: a hasáb rugómerevsége annál nagyobb (annál kevésbé nyomható össze ugyanolyan erővel), minél nagyobb E_d és S -, illetve minél kisebb d értéke. Ha a sajátfrekvenciára levezetett (2.26) összefüggésben s értékét

a (2.48) egyenlet szerint helyettesítjük, E_d meghatározására alkalmas összefüggéshez jutunk:

$$E_d = \frac{39,5 f_0^2 d m}{S} \text{ N/m}^2 = \text{Pa}, \quad (2.49)$$

ahol f_0 a méréssel meghatározott sajátfrekvencia Hz,
 m a vizsgálatnál alkalmazott ismert tömeg kg,
 d a vizsgált anyagból kivágott hasáb vastagsága m,
 S a vizsgált anyagból kivágott hasáb felülete m^2 .

2.2.5. Rugóként működő anyagok veszteségi tényezője

A rugóként működő anyagok a dinamikai igénybevétel közben – az anyagok részecskéi között fellépő belső súrlódás hatására – felemészítik a rezgést létrehozó energia kisebb-nagyobb hányadát.^{2.18)} A veszteségi tényező (η) ezt az energiahányadot fejezi ki:

$$\eta = \frac{E_i}{2\pi E_r}, \quad (2.50)$$

ahol E_i egy rezgési periódusidő alatt elvesztő (irreverzibilis) mechanikai energia J,
 E_r a visszanyerhető (reverzibilis) mechanikai energia J.

A veszteségi tényező meghatározása nem okoz nehézséget, mert a dinamikai rugalmassági modulus mérésével egyidejűleg csekély többletmunkával elkészíthetjük a 2.10/b. ábrához hasonló rezgésebbesség-frekvenciafüggvényt. E függvénynek a súrlódási ellenállással gátolt szakaszából kimetszett rezonanciacsúcs szabványos tágassága^{2.19)} – a 2.18. ábrán bejelölt Δf **félértékszélesség** – és a sajátfrekvencia (f_0) hányadosa a veszteségi tényező (η) számértékét eredményezi:

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0}. \quad (2.51)$$

A félértékszélesség kifejezésben a félérték jelző olyan rezgésebbesség-amplitúdóra utal, amelynél a rezonanciagörbe maximumához tartozó mozgási energia felére csökken. A közismert összefüggés szerint a rezonanciagörbe maximumához tartozó mozgási energia (E_{max}):

$$E_{max} = \frac{1}{2} m \hat{v}_{max}^2. \quad (2.52)$$

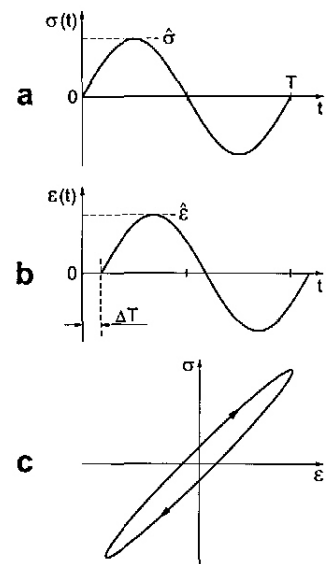
A félértékszélességhez-, vagyis a 2.18. ábrán bejelölt $\hat{v}_{max}/\sqrt{2}$ sebesség-amplitúdóhoz tartozó mozgási energia pedig:

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{\hat{v}_{max}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{4} m \hat{v}_{max}^2, \quad (2.53)$$

amely a (2.52) egyenlet szerinti mozgási energia (E_{max}) fele.

2.2.6. Dinamikai merevség

A tömeg – rugó rendszerű szerkezetek tömegével együtt rezgő, rugóként működő anyagokat és a rugóként működő zárt légteret a sajátfrekvencia számítása során a dinamikai merevséggel (s'), az egységnyi felületű rugó rugómerevségével jellemezzük. Értékét MN/m^3 egységben nyerjük, ha a (2.48) egyenletben a dinamikai rugalmassági modulus MN/m^2 egységben-, a felületet pedig $S = 1 \text{ m}^2$ -rel helyettesítjük:



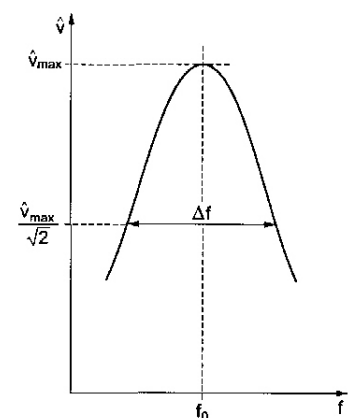
2.17. ábra

A belső súrlódás hatásának rezgéstani jellemzése [39]

- Az idő szinuszfüggvénye szerint változó feszültség
- A feszültségváltozást Δt időközesséssel követő deformációfüggvény
- Hiszterézis görbe

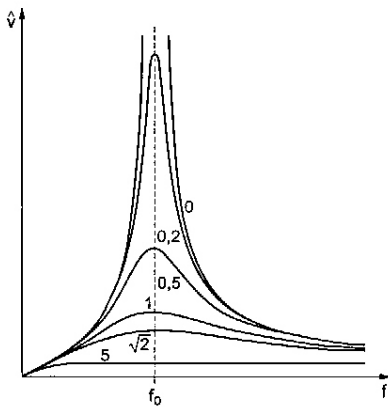
2.18) A korábbiak során már utaltunk arra, hogy a szokványos épületszerkezetek rugóját képező anyagok súrlódási energiavesztése rendkívül csekély, ezért azt a rezgéstani számítások során figyelmen kívül hagyjuk. Más műszaki megoldásoknál azonban (pl. gumi rugó közbeiktatásával az épületszerkezethez csatlakoztatott gépészeti berendezés) ez a hatás számottevő.

2.19) Minél kisebb a tágasság (minél élesebb a rezonanciagörbe), annál kisebb η értéke, ennek következtében annál nagyobb a sajátfrekvenciához tartozó rezgés erőssége, a 2.19. ábra szerint.



2.18. ábra

A rezonanciagörbe csúcsa a veszteségi tényező meghatározásához



2.19. ábra
Resonanciagörbék különböző veszteségi
tényezők esetén [34]
Paraméter: veszteségi tényező

2.20) Az anyagminták a 2.9. ábra szerinti vizsgálat során nincsenek légmentesen lezárva a peremek mentén, így csak az anyag szilárd váza működik rugóként, ellentétben a valósággal, amikor a pórusokban lévő levegő keményíti a rugót.

2.21) Ez feltehetően a pórusokban lévő levegő és a rugó anyagi részecskéi közötti külső súrlódás hatásának köszönhető.

2.22) Az ÖNORM B 8115-4-1992. szabvány szerint [42] $s'_\ell = 0,12/d \text{ MN/m}^3$.

$$s' = \frac{E_d}{d} \text{ MN/m}^3. \quad (2.54)$$

Összefüggő pórusokat nem tartalmazó anyagok (például gumi, zárt pórusú műanyaghab) dinamikai merevségét a (2.54) összefüggéssel számíthatjuk, E_d ismeretében.

A zárt üres légtér dinamikai merevsége (s'_ℓ) a (2.55) formula szerinti mennyiséggel azonos: a (2.54) egyenletben E_d értékét a levegő kompressziós modulusával, $K \approx 1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 0,14 \text{ MN/m}^2$ -rel helyettesítjük:

$$s'_\ell = \frac{0,14}{d} \text{ MN/m}^3. \quad (2.55)$$

Pórusos anyagrétegek dinamikai merevsége két összetevőből áll:

$$s' = s'_a + s'_\ell \text{ MN/m}^3, \quad (2.56)$$

ahol s'_a az összefüggő pórusokat tartalmazó anyag dinamikai merevsége a (2.54) összefüggés szerint MN/m^3 ,

s'_ℓ a pórusokban lévő levegő dinamikai merevsége^{2.20)} MN/m^3 .

Ilyen anyagok például az ásványgyapotok és a műanyaghabok, amelyek pórusaiban sok levegő van. Elméleti megfontolások és tapasztalatok szerint a (2.56) egyenletben szereplő s'_ℓ értéke kisebb, mint a zárt, üres légtér (2.55) összefüggés szerinti dinamikai merevsége.^{2.21)} A DIN 52214-1984 szabvány [41] szerint a rugóként működő anyagokban lévő levegő dinamikai merevségét az alábbi képlettel kell számítani:^{2.22)}

$$s'_\ell = \frac{1,11 \cdot 10^5}{d} \text{ N/m}^3 = \frac{0,111}{d} \text{ MN/m}^3. \quad (2.57)$$

2.3. A sajátfrekvencia számítására alkalmas egyszerű összefüggések

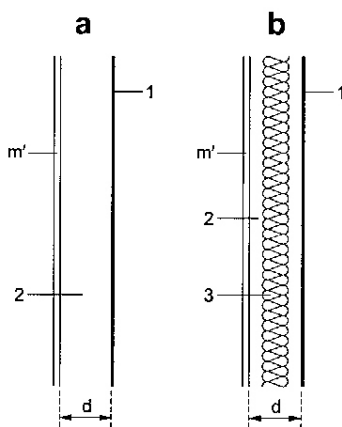
2.3.1. Burkolat üres légtérrel, vagy a légtérben lazán elhelyezett ásványgyapattal

A légtérben lazán elhelyezett ásványgyapotot és a hasonló, hangelnyelő anyagokat nem tekinthetjük rugónak, szerepük másodlagos. Hatásuk a légtérben rezgő levegőrészecskék és a hangelnyelő anyag nyitott pórusfalai között végbemenő külső súrlódás energiacsökkentő hatásával függ össze, amint azt a későbbiek során látni fogjuk. A szerkezetek rezgéstani adatait a 2.20. ábrán tüntettük fel. A sajátfrekvencia (f_0) meghatározása során a (2.26) összefüggésből indulunk ki, amely:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{m}} \text{ Hz.}$$

A 2.2.6. pontban foglaltaknak megfelelően a számítást 1 m^2 felületű szerkezetre végezzük el, ezért a fenti egyenletben az s rugómerevséget a zárt légtér dinamikai merevségével ($s'_\ell = 0,14/d \text{ MN/m}^3$), az m tömeget pedig a négyzetméterenkénti tömeggel (m') kell helyettesítenünk. Ily módon a 2.20. ábra a, b-változataira egyaránt alkalmazható összefüggéshez jutunk:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,14 \cdot 10^6}{m'd}} \approx \frac{60}{\sqrt{m'd}} \text{ Hz.} \quad (2.58)$$



2.20. ábra
Fal-, vagy fődémburkolat rezgéstani adatai
1 merev fal, vagy fődém
2 üres légtér, mint rugó
3 hangelnyelő anyag
 m' a burkolat négyzetméterenkénti tömege

Példa

12,5 mm vastag gipszkarton lemez burkolat a merev felülettől 100 mm távolságban, a 2.20. ábra a-, vagy b-változata szerint. Rezgéstani adatok: $m' = 12,5 \text{ kg/m}^2$, $d = 0,1 \text{ m}$.

Sajátfrekvencia a (2.58) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = \frac{60}{\sqrt{12,5 \cdot 0,1}} \approx 54 \text{ Hz.}^{2.23)}$$

2.3.2. Burkolat a merev szerkezethez és a burkolólemezhez ragasztott rugóanyaggal

Az ilyen típusú szerkezetek rezgéstani adatait a 2.21. ábrán tüntettük fel. A sajátfrekvencia számítása során ezúttal is a tömeg–rugó modellre levezetett (2.26) összefüggést alkalmazzuk oly módon, hogy a rugómerevséget $10^6 \text{ N/m}^3 = 1 \text{ MN/m}^3$ egységben-, az m tömeget pedig a négyzetméterenkénti tömeggel (m') helyettesítjük:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^6 s'}{m'}} \approx 160 \sqrt{\frac{s'}{m'}} \text{ Hz.} \quad (2.59)$$

1. példa

12,5 mm vastag gipszkarton lemezzel kasírozott, 50 mm vastag ásványgyapot lemez burkolat a 2.21. ábra szerint, 25–30 cm hálóban gipszhabarcs pogácsákkal ragasztva a merev felülethez. A burkolat rezgéstani adatai: $m' = 12,5 \text{ kg/m}^2$, $d = 0,05 \text{ m}$,

$E_d = 0,2 \text{ MN/m}^2$ (az ásványgyapot dinamikai rugalmassági modulusa), $s' = s'_a + s'_g = (0,2/0,05) + (0,111/0,05) = 6,2 \text{ MN/m}^3$.

Sajátfrekvencia a (2.59) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = 160 \sqrt{\frac{6,2}{12,5}} \approx 112 \text{ Hz.}^{2.24)}$$

2. példa

50 mm vastag DRYVIT hőszigetelő burkolat vasbeton falon, vagy födémen, a 2.21. ábra szerint. Rezgéstani adatok:

$m' = 5 \text{ kg/m}^2$ (3 mm vakolat),

$d = 0,05 \text{ m}$,

$E_d = 15 \text{ MN/m}^2$ (a polisztirol hab dinamikai rugalmassági modulusa),

$s' = E_d / d = 15 / 0,05 = 300 \text{ MN/m}^3$.

Sajátfrekvencia a (2.59) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = 160 \sqrt{\frac{300}{5}} \approx 1239 \text{ Hz.}^{2.25)}$$

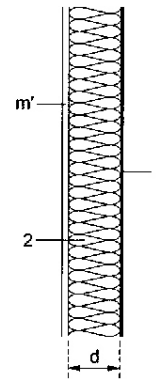
2.3.3. Úszópadló

Rezgéstani szempontból a 2.22. ábra szerinti úszópadló ugyanúgy működik, mint a ragasztott falburkolat (a gravitáció helyettesíti a ragasztást), ezért a sajátfrekvenciát a (2.59) összefüggéssel kell számolni.

1. példa

Szakszerűen készített úszópadló, rezgéstani szempontból a 2.22. ábra szerint. A számításhoz szükséges adatok:

2.23) A 2.1.6. pontban közöltek szerint hangszigetelési szempontból előnyös, ha a szerkezet sajátfrekvenciája minél kisebb (a tapasztalat szerint $f_0 < 80 \text{ Hz}$). Ezért a vizsgált burkolat rezgéstani szempontból kifogástalan.



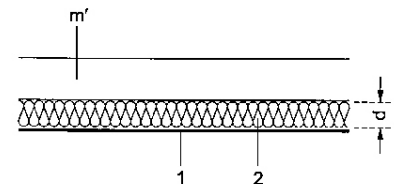
2.21. ábra

Ragasztott fal-, vagy födémburkolat rezgéstani adatai

- 1 merev szerkezet
- 2 rugóként működő anyag
- m' rezgő tömeg

2.24) A vizsgált burkolat rezgéstani szempontból lényegesen kedvezőtlenebb, mint az előző.

2.25) Ez a megoldás rendkívül kedvezőtlen, mert a hangszigetelési szempontból legfontosabb frekvenciákon idéz elő rezonanciát, ezzel rontja a vasbeton fal hangszigetelő képességét.



2.22. ábra

Úszópadló rezgéstani adatai

- 1 merev födém felső síkja
- 2 rugóként működő úszató anyag
- m' úsztatott, rezgő tömeg

$m' = 110 \text{ kg/m}^2$ (50 mm cementeszcwich),
 $d = 0,02 \text{ m}$ (20/20 mm terhelhető üvegyapot lemez),
 $E_d = 0,141 \text{ MN/m}^2$ (az üvegyapot jellemzője),
 $s' = s'_a + s'_\ell = (0,141/0,02) + (0,111/0,02) = 12,6 \text{ MN/m}^3$.
 Sajátfrekvencia a (2.59) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = 160 \sqrt{\frac{12,6}{110}} \approx 54 \text{ Hz.}^{2.26)}$$

2.26) A vizsgált megoldás rezgéstani szempontból megfelelő.

2. példa

Az előző megoldás alternatívája:

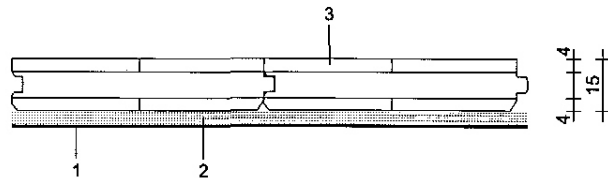
$m' = 110 \text{ kg/m}^2$ (50 mm cementeszcwich),
 $s' = 15 \text{ MN/m}^3$ (29/25 mm AUSTROTHERM AT-L2, expandált polisztirol hab lépéshangszigetelő lemez jellemzője a gyári katalógus szerint).
 Sajátfrekvencia a (2.59) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = 160 \sqrt{\frac{15}{110}} \approx 59 \text{ Hz.}^{2.27)}$$

2.27) Az előző példával akusztikai szempontból azonos értékű megoldás.

3. példa

Szalagparketta burkolat az alábbi vázlat szerint (ezt a megoldást nem tekinthetjük úszópadlónak, de a burkolat léghangszigetelési szempontból a 2.3.3. pontban leírtak szerint működik).

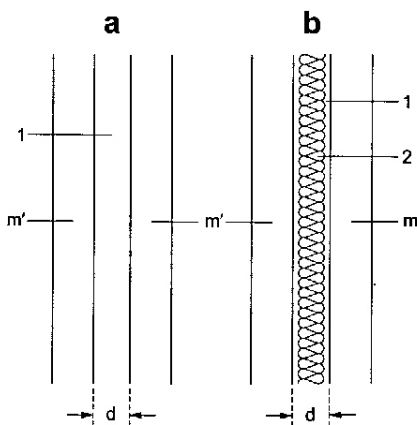


1 a födém felső síkja 2 5 mm műanyaghab 3 szalagparketta

2.28) Ez a szalagparketta a legfontosabb frekvenciák tartományában rontja a burkolatlan födém léghangszigetelő képességét. Fizikai szempontból ilyen megoldás a meglévő szőnyegpadlóra fektetett szalagparketta is.

$m' = 4 \text{ kg/m}^2$ (szalagparketta),
 $d = 0,005 \text{ m}$ (műanyaghab),
 $E_d = 1 \text{ MN/m}^2$ (a műanyaghab jellemzője),
 $s' = s'_a + s'_\ell = (1/0,005) + (0,111/0,005) = 222,2 \text{ MN/m}^3$.
 Sajátfrekvencia a (2.59) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = 160 \sqrt{\frac{222,2}{4}} \approx 1192 \text{ Hz.}^{2.28)}$$



2.23. ábra
Szimmetrikus kéthéjű fal rezgéstani adatai

- 1 üres légtér, mint rugó
- 2 hangelnyelő anyag
- m' rezgő tömeg

2.3.4. Szimmetrikus kéthéjű fal üres légtérrel, vagy a légtérben lazán elhelyezett ásványgyapottal

A szerkezetek rezgéstani adatait a 2.23. ábrán tüntettük fel. A sajátfrekvencia meghatározása során a szimmetrikus tömeg–rugó–tömeg modellre levezetett (2.30) összefüggésből indulunk ki, amely:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2s}{m}} \text{ Hz.}$$

A számítást 1 m^2 felületű szerkezetre végezzük el. A légréteg dinamikai merevsége: $s'_\ell = 0,14/d \text{ MN/m}^3$, a rezgő tömeg pedig: $m' \text{ kg/m}^2$. Ezen adatokkal a sajátfrekvencia képlete:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,14 \cdot 10^6}{m'd}} \approx \frac{84}{\sqrt{m'd}} \text{ Hz.} \quad (2.60)$$

1. példa

Szokványos, ún. 2×6 -os üregeztégla válaszfal 30 mm vastag üres-, vagy ásványgyapottal lazán kitöltött légtérrel. Rezgéstani adatok:

$$m' = 120 \text{ kg/m}^2,$$

$$d = 0,03 \text{ m.}$$

Sajátfrekvencia a (2.60) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = \frac{84}{\sqrt{120 \cdot 0,03}} \approx 44 \text{ Hz.}^{2.29)}$$

2. példa

Szokványos szimmetrikus gipszkarton fal a 2.23. ábra szerint, a függőleges bordázat mindkét oldalán szárazon egymásra fektetett 2 réteg, egyenként 12,5 mm vastag gipszkarton lemezzel. A légtér vastagsága: 75 mm. Rezgéstani adatok a légtérben lazán elhelyezett ásványgyapottal, vagy anélkül:

$$m' = 25 \text{ kg/m}^2,$$

$$d = 0,075 \text{ m.}$$

Sajátfrekvencia a (2.60) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = \frac{84}{\sqrt{25 \cdot 0,075}} \approx 61 \text{ Hz.}^{2.30)}$$

2.3.5. Aszimmetrikus kéthéjú fal üres légtérrel, vagy a légtérben lazán elhelyezett ásványgyapottal

A 2.24. ábra szerinti szerkezetek sajátfrekvenciájának meghatározására alkalmas összefüggést az aszimmetrikus tömeg – rugó – tömeg modellre levezetett (2.37) egyenlet átalakításával nyerünk, amely szerint:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} \text{ Hz.}$$

m_1 és m_2 értékeit a négyzetméterenkénti tömeggel (m'_1, m'_2)-, s értékét pedig az 1 m^2 felületű zárt légtér rugómerevségével ($s'_l = 0,14/d \text{ MN/m}^3$) helyettesítve a keresett összefüggéshez jutunk:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,14 \cdot 10^6}{d} \left(\frac{m'_1 + m'_2}{m'_1 m'_2} \right)} \text{ Hz,}$$

a kijelölt műveletek elvégzése után:

$$f_0 = 60 \sqrt{\frac{1}{d} \frac{m'_1 + m'_2}{m'_1 m'_2}} \text{ Hz.} \quad (2.61)$$

Példa

Az aszimmetrikus kéthéjú fal rétegrendje: 6 cm üregeztégla – 100 mm üres légtér, vagy a légtérben lazán elhelyezett ásványgyapot – 12,5 mm gipszkarton lemez, a 2.24. ábra a-, vagy b jelű változata szerint. Rezgéstani adatok a légtérben lazán elhelyezett ásványgyapottal, vagy anélkül:

$$m'_1 = 120 \text{ kg/m}^2 \text{ (üregeztégla fal),}$$

$$m'_2 = 12,5 \text{ kg/m}^2 \text{ (gipszkarton lemez),}$$

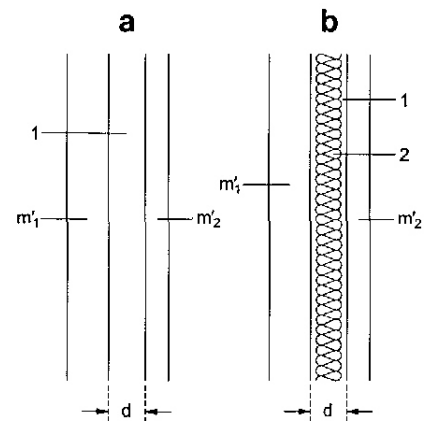
$$d = 0,1 \text{ m.}$$

Sajátfrekvencia a (2.61) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = 60 \sqrt{\frac{120 + 12,5}{0,1 \cdot 120 \cdot 12,5}} \approx 56 \text{ Hz.}^{2.31)}$$

2.29) A szerkezet rezgéstani szempontból kifogástalan. A 6 cm vastag falak egyéb tulajdonságai miatt azonban ez a megoldás hangszigetelési szempontból rendkívül kedvezőtlen, amint azt a későbbiek során látni fogjuk.

2.30) Ez az érték kedvezőtlenebb, mint az előző, a 8. fejezetben ismertetett okok miatt azonban a gipszkarton fal hangszigetelési szempontból előnyösebb.



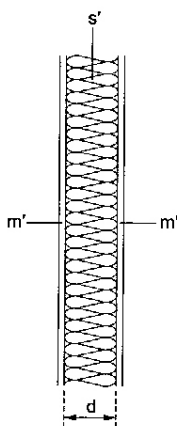
2.24. ábra

Aszimmetrikus kéthéjú fal rezgéstani adatai

- 1 üres légtér, mint rugó
- 2 hangelnyelő anyag
- m'_1, m'_2 azonos nagyságrendű, de különböző nagyságú rezgő tömegek

2.31) Ez az érték kissé kedvezőtlenebb, mint az előző példa sajátfrekvenciája. Egyéb okok miatt azonban ez a megoldás hangszigetelési szempontból kedvezőtlen.

2.3.6. A rugóanyaggal összeragasztott, szimmetrikus kéthéjű fal



2.25. ábra

A rugóként működő anyaggal összeragasztott, szimmetrikus kéthéjű fal rezgéstani adatai

m' rezgő tömegek

s' rugóként működő, 1 m^2 felületű anyag rugómerevsége

A szerkezet rezgéstani adatait a 2.25. ábrán tüntettük fel. A sajátfrekvencia meghatározására alkalmas összefüggést a (2.30) képlet átalakításával nyerjük, amely szerint:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2s}{m}} \text{ Hz},$$

m értékét a négyzetméterenkénti tömeggel (m')-, s értékét pedig a négyzetméterenkénti rugómerevséggel, az s' dinamikai merevséggel MN/m^3 -ben helyettesítve ($s' = E_d/d$), a következő összefüggést kapjuk:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^6 s'}{m'}} \approx 225 \sqrt{\frac{s'}{m'}} \text{ Hz.} \quad (2.62)$$

1. példa

Egy hőszigetelő szendvics fal szerkezete: 100 mm vastag kemény poliuretán hab mindkét oldalára ragasztott 2 mm vastag alumínium lemez, a 2.25. ábra szerint. A szerkezet rezgéstani adatai:

$m' = 5,4 \text{ kg/m}^2$ (2 mm alumínium lemez),

$d = 0,1 \text{ m}$,

$E_d = 15,2 \text{ MN/m}^2$ (a kemény poliuretán hab jellemzője),

$s' = E_d/d = 15,2/0,1 = 152 \text{ MN/m}^3$.

Sajátfrekvencia a (2.62) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = 225 \sqrt{\frac{152}{5,4}} \approx 1194 \text{ Hz.}^{2.32)}$$

2.32) A vizsgált hőszigetelő szendvics fal hangszigetelési szempontból rendkívül kedvezőtlen.

2. példa

Az előzőnél rezgéstani szempontból lényegesen jobb megoldás, ha a rugó anyaga 60 kg/m^3 sűrűségű üvegyapot, az alumínium lemezt pedig acéllemez helyettesíti. A rezgéstani adatok ekkor:

$m' = 15,6 \text{ kg/m}^2$ (2 mm acéllemez),

$d = 0,1 \text{ m}$,

$E_d = 0,05 \text{ MN/m}^2$ (az üvegyapot lemez jellemzője),

$s' = s'_a + s'_l = (0,05/0,1) + (0,111/0,1) = 1,6 \text{ MN/m}^3$.

Sajátfrekvencia a (2.62) összefüggés alkalmazásával:

$$f_0 = 225 \sqrt{\frac{1,6}{15,6}} \approx 72 \text{ Hz.}^{2.33)}$$

2.33) A módosítás eredményeként – a nagyobb tömegnek és a közel két nagyságrenddel kisebb rugómerevségnek köszönhetően – hő- és hangszigetelési szempontból egyaránt jó megoldást nyerünk.

3. Akusztikai alapok

3.1. A hangkeltés és hangterjedés feltételei

A hang keletkezéséhez és terjedéséhez hangforrás és hangterjesztő közeg szükséges. A hangforrás folyamatosan mechanikai energiát ad át a körülötte lévő közegnek, amelyben – a közeg részecskéinek tömegtehetetlensége és a közöttük lévő rugalmas kapcsolatok révén – az energia hullám formájában terjed. A háromdimenziós térben lejátszódó hangterjedés – a befolyásoló tényezők sokasága^{3.1)} miatt – bonyolult fizikai jelenség, amelyet matematikailag általában csak komplikált differenciálegyenletekkel, a hullámegyenletekkel lehet leírni.^{3.2)} Kivételt képez a levegőben terjedő síkhullám, amelynek kialakulását és terjedési mechanizmusát hullámegyenletek nélkül is megérthetjük. A következőkben elsőként és legnagyobb terjedelemben ezzel a hullámfajttal foglalkozunk, mert ily módon egyidejűleg megismerkedünk a fizikai akusztika alapvető fogalmaival és mennyiségeivel is, amelyek a hangszigetelés törvényszerűségeinek megértéséhez feltétlenül szükségesek.

3.2. Síkhullám levegőben

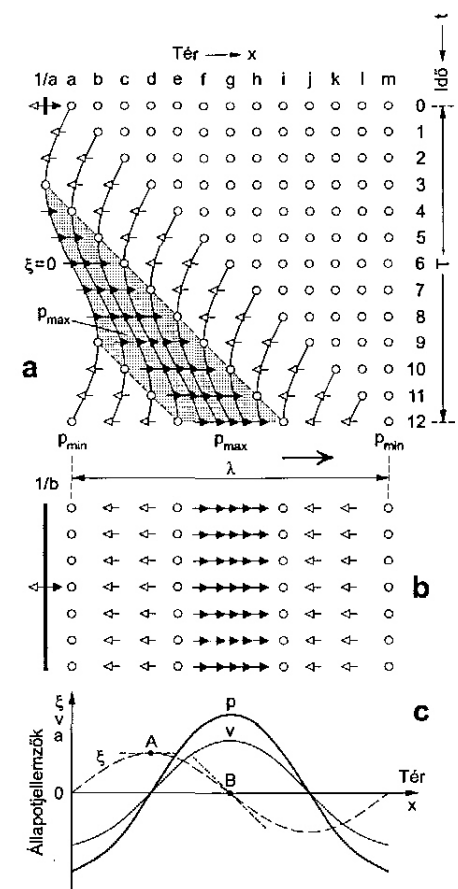
3.2.1. A síkhullám keletkezése, terjedése és alapvető fizikai jellemzői

A síkhullám keletkezésének és terjedésének folyamatát, valamint legfontosabb fizikai jellemzőit a 3.1. ábra segítségével fogjuk ismertetni, a lehető legegyszerűbb módon, de fokozottan támaszkodva az Olvasó vizuális készségére.

A nagy kiterjedésű légtérből kiemeltünk 13 db nyugalmi állapotban lévő részecskét (3.1/a. ábra, 0 jelű sor). Ezek nyugalmi állapotának akusztikai szempontból legfontosabb jellemzője a **nyugalmi légköri nyomás** ($p_a \approx 1,5 \text{ Pa}$) és a **nyugalmi sűrűség** ($\rho_0 \approx 1,21 \text{ kg/m}^3$). Előbbi a potenciális-, utóbbi a mozgási energia átvételére és továbbítására, tehát hullámterjedésre teszi alkalmassá a levegőt. Ezt a nyugalmi állapotot megzavarjuk az 1/a jelű, szinuszos rezgést végző pontszerű hangforrással, amely egyensúlyi helyzete körül negatív és pozitív irányú (\leftarrow és \rightarrow jelű) elmozdulásokat végez T periódusidő alatt. A rezgőmozgást először a forrással szomszédos a jelű részecske veszi át, miközben hol távolodik a szomszédos b jelű részecskétől (csökken a légköri nyomás), hol pedig közeledik hozzá (növekszik a légköri nyomás), az a jelű pontból kiinduló, T periódusidőjű szinuszgörbe szerint. $T/12$ idő eltelte után az a -val szomszédos b jelű részecske-, majd további $T/12$ időközök eltelte után a c , d és a többi részecske végez szinuszos rezgéseket, a 3.1/a. ábra szerint. A T periódusidő elteltével valamennyi részecske nyugalmi állapota megváltozik: \rightarrow jelű túlnyomással járó sűrűsödés-, vagy \leftarrow jelű nyomáscsökkenéssel járó ritkulás állapotába kerülnek (3.1/a. ábra 12. sor). A légköri nyomásnak

3.1) Például a hangforrások méretei és fajtái, a közegek fizikai tulajdonságai, a rezgés frekvenciája.

3.2) A hullámegyenlet azt fejezi ki, hogy egy fizikai mennyiség időbeli változása ($\partial/\partial t$) maga után vonja egy másik fizikai mennyiség térbeli változását ($\partial/\partial x$).



3.1. ábra

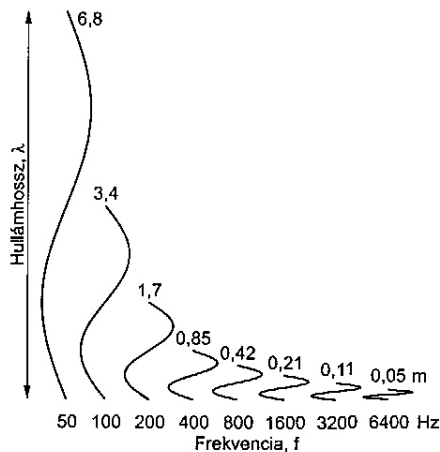
- a Sűrűsödési és ritkulási állapot kialakulása
 b A részecskék helyzete a síkhullámban
 c A részecskék fizikai állapotát jellemző függvények

- 1/a szinuszosan rezgő pontforrás
 1/b szinuszosan rezgő merev lemez
 ○ részecskék nyugalmi helyzetben
 → pozitív irányban elmozduló, sűrűsödést előidéző részecskék
 ← negatív irányban elmozduló, ritkulást előidéző részecskék
 → hullámterjedési irány

3.3) A légköri nyomás megváltozása rendkívül csekély. A kiáltás által keltett hangnyomásnak a (3.1) összefüggéssel definiált effektív értéke a légköri nyomás kb. egymilliomod része.

3.4) Az ember hallószerve nem képes reagálni a gyorsan változó pillanatnyi értékekre, hanem azokat az idő szerint integrálja és átlagolja a (2.9) összefüggéshez hasonlóan. A hangnyomásmérő műszerek „utánozzák” a hallószervet.

3.5) Amíg az időben T periódusidő alatt, a térben λ távolságon belül játszódik le egy rezgés. A folyamat előrehaladásának sebessége tehát: λ/T .



3.2. ábra
A hullámhossz csökkenése
a frekvencia kétszeresre növelése esetén

3.6) Ez az összefüggés az egydimenziós hullámegyenlet megoldásának eredménye. Kiindulásul Newton erőegyenlete szolgál:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v}{\partial t},$$

amely szerint a hangnyomás térbeli megváltozása a rezgéssebesség időbeli megváltozását vonja maga után. Másként fogalmazva: a közegben bekövetkező nyomásváltozás a ρ_0 tömegű részecske gyorsulását idézi elő, ily módon megy végbe az energia térbeli terjedése, hol helyzeti-, hol pedig mozgási energia alakjában. Végül is két egyenlet írható fel:

$$c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad \text{és}$$

$$K \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}.$$

A (3.2) összefüggés e két egyenlet hányadosaként adódik.

3.7) Ez a síkhullám durva közelítése, mert tökéletes síkhullámot csak a végtelen kiterjedésű térben lehetne létrehozni, egy végtelen kiterjedésű rezgő merev lemezzel. Jó közelítéssel síkhullámot kelthetünk a merev falú csőben, ha egyik végében rezgő dugattyút működtetünk, a másik vége pedig nyitott, feltéve, hogy a cső átmérője kisebb, mint a kellett hang hullámhossza.

ez a periodikusan ismétlődő váltakozása a **hangnyomás** (jele p , egysége Pa), amely előjelhelyesen összegeződik a légköri nyomással.^{3.3)} A hangnyomás, illetve a **hangnyomás effektív értéke** (\tilde{p}) a hang erősségének legfontosabb, közvetlenül mérhető fizikai jellemzője.^{3.4)} Az effektív érték 2.1.2. pont szerinti általános definíciója alapján, szinuszosan változó hangnyomás esetén:

$$\tilde{p} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}} = 0,707 \text{ Pa.} \quad (3.1)$$

A 3.1/a. ábra segítségével további fontos fizikai fogalmakat és mennyiségeket értelmezhetünk. A **hullámhossz** (jele λ , egysége m) az ugyanolyan hangnyomású közeg részecskéinek távolsága, a térbeli periodicitás jellemzője.^{3.5)} A 3.1/a. ábrán a minimális hangnyomású helyek (P_{min}) távolságát jelöltük λ -val. A rezgés térbeli terjedésének-, vagyis a hullám terjedésének iránya megegyezik a részecskék rezgésének – sűrűsödést előidéző – irányával (lásd a 3.1. ábrán a \rightarrow és a \rightarrow jelű nyilakat). Az ilyen hullámterjedés jelzője: longitudinális.

A **hullámterjedési sebesség**, vagy hangterjedési sebesség levegőben (c_0) a 3.5) széljegyzet alapján:

$$c_0 = \frac{\lambda}{T} \text{ m/s.} \quad (3.2)$$

A (3.2) összefüggésben $1/T = f$ helyettesítésével a hullámhossz és a frekvencia között létesíthetünk kapcsolatot:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} \text{ m.} \quad (3.3)$$

A (3.3) egyenlet szerint a levegőben terjedő hang hullámhossza a frekvencia növelésével arányosan csökken. A hullámhossznak a frekvencia kétszeresével csökkenő értékeit a 3.2. ábrán tüntettük fel, $c_0 \approx 340$ m/s feltételezésével. A hangterjedés sebessége levegőben és gázokban a közeg kompressziós modulusától (K) és sűrűségétől (ρ) függ, a közismert (3.4) összefüggés szerint:^{3.6)}

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \text{ m/s.} \quad (3.4)$$

20 °C hőmérsékletű levegő esetén $K_0 \approx 1,4 \cdot 10^5$ Pa és $\rho_0 \approx 1,21$ kg/m³ feltételezésével $c_0 \approx 340$ m/s. (A levegő jellemzőit a zérus index alkalmazásával különböztetjük meg más közegek tulajdonságaitól.)

3.2.2. Akusztikai impedancia

A 3.1/b. ábra a síkhullám részecskéinek „pillanatfelvétele”, amely grafikailag úgy jött létre, hogy a 3.1/a. ábra 12. sorában lévő részecskék állapotát sokszoroztuk és egyidejűleg az $1/a$ jelű pontforrást az $1/b$ jelű, szinuszosan rezgő merev lemezzel helyettesítettük.^{3.7)} Az ábrán megfigyelhetjük, hogy a sűrűsödési-, illetve ritkulási állapotban lévő részecskék egymással párhuzamos, sík felületeket – hullámfrontokat – alkotnak (innen ered a síkhullám elnevezés). A síkhullám fizikai tulajdonságaival a 3.1/c. ábra ξ , p , v jelű függvényeinek vizsgálata révén ismerkedhetünk meg.

A p **hangnyomásfüggvény** minimumai és maximumai a tér azon pontjaiban alakulnak ki, ahol a ξ **elmozdulásfüggvény** értéke zérus (a 3.1/a. ábrán is bejelöltünk egy ilyen helyet). A v **rezgéssebességfüggvényt** az elmozdulásfüggvény deriválásával nyerjük, a (2.4) összefüggés szerinti

definíciónak megfelelően. Mivel a 3.1/c. ábra A jelű pontjában a ξ függvény érintőjének iránytangense 0, ezért itt $v = 0$. Legnagyobb az iránytangens a B jelű pontban, s ennek megfelelően ezen a helyen a rezgéssebességnek maximuma van, ugyanott, ahol a hangnyomásfüggvénynek is (lásd a B jelű pontban a p és v görbék amplitúdóit). Ezek alapján kimondhatjuk, hogy a terjedő síkhullámban a hangnyomás és a rezgéssebesség hányadosa időben és térben állandó. A pillanatnyi értékek hányadosa a hullámimpedancia^{3.8)} (jele z , levegő esetén z_0):

$$z_0 = \frac{p}{v} \quad \text{Ns/m}^3. \quad (3.5)$$

Az effektív értékek hányadosa az akusztikai impedancia:^{3.9)}

$$z_0 = \frac{\tilde{p}}{\tilde{v}} \quad \text{Ns/m}^3. \quad (3.6)$$

A 3.6) széljegyzetben közölt Newton-féle erőegyenletből levezethető a következő azonosság:^{3.10)}

$$\frac{\tilde{p}}{\tilde{v}} = \rho_0 c_0 \quad \text{Ns/m}^3. \quad (3.7)$$

A régebbi magyar nyelvű szakirodalomban [30] a $\rho_0 c_0$ szorzat neve **akusztikai keménység**, amelynek értéke $\rho_0 \approx 1,21 \text{ kg/m}^3$ és $c_0 \approx 340 \text{ m/s}$ esetén: $z_0 \approx 411 \text{ Ns/m}^3$.

3.2.3. Hangintenzitás

A (3.6) összefüggéssel definiált akusztikai impedancia – a (2.14) formula szerinti mechanikai impedanciához hasonlóan – olyan két mennyiség (\tilde{p} és \tilde{v}) hányadosa, amelyek szorzata teljesítményjellegű mennyiség, neve hangintenzitás (I):

$$I = \tilde{p} \tilde{v} \quad \text{W/m}^2, \quad (3.8)$$

azaz a felületegységre jutó hangteljesítmény.^{3.11)} A (3.5) összefüggésben $\tilde{p} = \hat{p}/\sqrt{2}$ és $\tilde{v} = \hat{v}/\sqrt{2}$ helyettesítésével a hangintenzitást az amplitúdókkal is kifejezhetjük:

$$I = \frac{1}{2} \hat{p} \hat{v} \quad \text{W/m}^2. \quad (3.9)$$

A 3.3. ábra és az ott bejelölt mennyiségek alapján belátható, hogy a síkhullám hangintenzitása a hangnyomás (p) és a rezgéssebesség (v) szorzatának időbeli átlagával azonos:^{3.12)}

$$I = \overline{p(t)v(t)}. \quad (3.10)$$

A (3.10) egyenlet és a 3.3/d. ábra alapján két fontos megállapítást tehetünk. Az első és legfontosabb az a tény, hogy a hangintenzitás – v vektorjellege következtében – vektormennyiség, így az intenzitás mérésének eredményeként nemcsak a hang erősségére-, hanem terjedésének irányára nézve is kapunk információt. A másik fontos tény, hogy a haladó síkhullám hangintenzitása független a hangforrástól mért távolságtól.^{3.13)}

A hangintenzitást a hangnyomással is kifejezhetjük, ha a (3.8) összefüggésben szereplő rezgéssebesség effektív értékét (\tilde{v}) a (3.7) egyenlet alapján helyettesítjük ($\tilde{v} = \tilde{p}/\rho_0 c_0$):

$$I = \frac{\tilde{p}^2}{\rho_0 c_0} \quad \text{W/m}^2. \quad (3.11)$$

3.8) *spezifische Schallimpedanz* [34]

3.9) A régebbi német nyelvű szakirodalomban a „Schallwellenwiderstand”, az újabb munkákban a „Schallkennimpedanz” kifejezéssel találkozhatunk [34].

3.10) A $\rho_0 c_0$ szorzat dimenzióegyenlete is alátámasztja a (3.7) egyenlet helyességét:

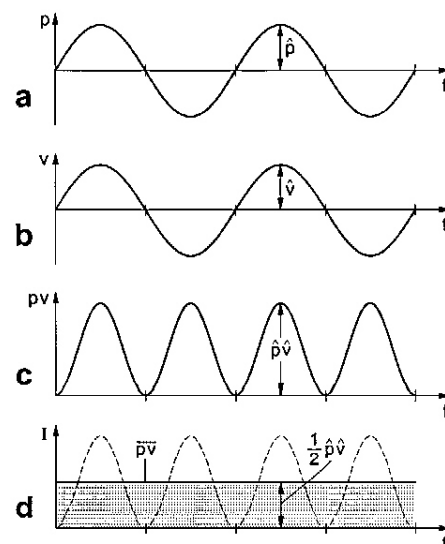
$$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \frac{\text{s}}{\text{m}^3} \right],$$

$$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \text{N} \frac{\text{s}}{\text{m}^3}.$$

3.11) Ezt a megállapítást a $\tilde{p} \tilde{v}$ szorzat dimenzióegyenlete is alátámasztja:

$$[\tilde{p} \tilde{v}] = \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{Nm}}{\text{s}} \frac{1}{\text{m}^2} \right],$$

$$[\tilde{p} \tilde{v}] = \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] = \left[\frac{\text{teljesítmény}}{\text{felületegység}} \right].$$



3.3. ábra

A haladó síkhullám hangnyomásának, rezgéssebességének és hangintenzitásának időfüggvényei

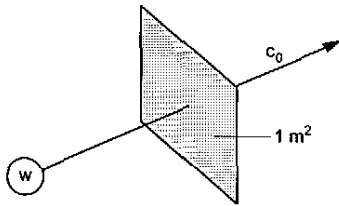
3.12) A (3.10) összefüggés teszi lehetővé a hangintenzitás közvetlen mérését, p és v folyamatos szorzása és átlagolása révén. Két hangnyomásmérő mikrofont egymáshoz közel helyeznek el. Az egyik a hangnyomást méri, a másik révén pedig a rezgéssebességet számítják a 3.7) széljegyzetben leírt erőegyenlet alapján, amely a hangnyomás és a rezgéssebesség között létező kapcsolatot [43].

3.13) Ellentétben a 3.5. pontban ismertetett gömbhullám intenzitásával.

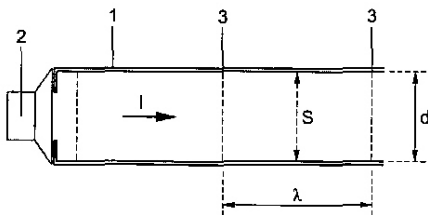
3.14) Az energiasűrűség dimenziója a következők szerint adódik:

$$[w] = \frac{[I]}{[c_0]} = \frac{[J/sm^2]}{[m/s]} = \frac{\left[\frac{J}{sm^2} \cdot s \right]}{\left[\frac{m}{s} \right]} = \left[\frac{J}{m^3} \right],$$

azaz: energia/m³.



3.4. ábra
A (3.13) összefüggés illusztrálása



3.5. ábra
Haladó síkhullám keltése egyik végén nyitott, merev falú csőben
1 cső
2 hangszóró
3 sík hullámfelületek
I intenzitásvektor
S felület
d a cső átmérője, vagy szélessége

3.15) A DIN 52215 szerint négyszögszelvényű cső esetén a szélesség < 0,5 λ-, körszelvényű cső esetén az átmérő < 0,6 λ legyen [44].

3.16) Az angol „power” szó rövidítése.

3.17) A 3.6. ábrán feltüntettük néhány hangforrás tájékoztató jellegű hangteljesítményét.

3.2.4. Hangenergia-sűrűség

A hangenergia-sűrűség fogalmán a térfogategység hangenergiáját értjük (jele w , egysége J/m^3). A c_0 terjedési sebességgel haladó síkhullámot úgy tekinthetjük, hogy abban c_0 sebességgel energiaterjedés megy végbe. Mivel a felületegységre jutó hangteljesítmény az intenzitással azonos, az 1 m hosszúságú térfogategység energiáját a hangintenzitás (I) és a hangterjedési sebesség (c_0) hányadosaként nyerjük:^{3.14)}

$$w = \frac{I}{c_0} \quad J/m^3. \quad (3.12)$$

A (3.12) összefüggés alapján a hangintenzitás az energiasűrűség (w) és a hangterjedési sebesség (c_0) szorzatával egyenlő:

$$I = w c_0 \quad W/m^2, \quad (3.13)$$

ahol c_0 a felületegységre merőleges hangsebességvektort jelenti, a 3.4. ábra szerint. Ennek megfelelően így is fogalmazhatunk: a hangintenzitás a hangterjedési irányra merőleges, egységnyi felületen az időegység alatt c_0 sebességgel átáramló hangenergia mennyiségével egyenlő.

A hangenergia-sűrűséget a hangnyomással is kifejezhetjük, ha a (3.12) összefüggésben szereplő hangintenzitás értékét (I) a (3.11) képlet szerint helyettesítjük, ekkor:

$$w = \frac{\tilde{p}^2}{\rho_0 c_0} \quad J/m^3. \quad (3.14)$$

3.2.5. Hangteljesítmény

Ha a 3.5. ábra szerinti merev falú Kundt-cső egyik végén szinuszos rezgést végző hangforrást működtetünk, a cső másik végét pedig szabadon hagyjuk, a csőben terjedő hullámot síkhullámnak tekinthetjük, ha a cső szélessége, vagy átmérője kisebb, mint a hullámhossz.^{3.15)} A hangintenzitás fogalmát értelmező összefüggések dimenziója alapján nyilvánvaló, hogy a hangintenzitás (I) és a terjedési irányra merőleges felület (S) szorzata hangteljesítményt (P)^{3.16)} eredményez, a (3.15) összefüggés szerint:

$$P = I S \quad W. \quad (3.15)$$

A 3.5. ábra szerint a síkhullám hangenergiáját a hangforrás sugározza, ezért a hangteljesítmény a hangforrás jellemzője is.^{3.17)}

A hangteljesítményt a hangnyomással is kifejezhetjük, ha a (3.15) összefüggésben szereplő hangintenzitás értékét (I) a (3.11) képlet szerint helyettesítjük, ekkor:

$$P = \frac{\tilde{p}^2}{\rho_0 c_0} S \quad W. \quad (3.16)$$

3.3. Decibelek és szintek

Az előző pontban – a levegőben terjedő síkhullámmal kapcsolatosan – számos olyan fizikai törvényszerűséget és mennyiséget ismertettünk, amelyek alapját képezik más hullámfajták-, így a gömbhullám és a hengeres hullám ismeretanyagának is. E hullámfajták fizikai tulajdonságainak

áttekinthetősége és a gyakorlati alkalmazás elősegítése céljából iktattuk közbe a 3.3. és 3.4. pontokat.

3.3.1. Hangteljesítmények aránya és decibelben kifejezett szintkülönbsége

A 3.6. ábrán megfigyelhetjük, hogy a különféle hangforrások hangteljesítménye rendkívül nagy értéktartományra, 17 nagyságrendre terjed ki.^{3.18)} Ilyen széles értéktartományban nagyon nehéz az elsődleges fizikai mennyiségeket mérni és azokkal számolni. Ezért dolgozunk a gyakorlatban a teljesítmények és a teljesítményjellegű mennyiségek arányának tízes alapú logaritmusával. Ha a rakéta hangteljesítménye $P_1 = 10^8$ W, a suttogásé pedig $P_2 = 10^{-9}$ W, akkor e két teljesítmény arányának tízes alapú logaritmusát, amelyet a két teljesítmény szintkülönbségének nevezünk és ΔL_P szimbólummal jelölünk:^{3.19)}

$$\Delta L_P = \lg \frac{P_1}{P_2} = \lg \frac{10^8}{10^{-9}} = 17 \text{ B (bel)}. \quad (3.17)$$

Kevésbé szélsőséges értékek összehasonlítása esetén nem egész számok adódnak (pl. 20 W és 5 W esetén $\lg 20/5 = 0,6$ B). A tizedesek elkerülése céljából a bel tízszeresével számolunk, a (3.18) képlet szerint:

$$\Delta L_P = 10 \lg \frac{P_1}{P_2} \text{ dB (decibel)}, \quad (3.18)$$

ahol ΔL_P két hangteljesítmény szintkülönbsége dB, P_1 és P_2 két összehasonlítandó hangteljesítmény W.

A 3.21) széljegyzetben konkrét számítási példát közlünk.

3.3.2. Hangteljesítményszint

Egy meghatározott értékű hangteljesítmény decibelben kifejezhető szintjét egy nemzetközi megállapodásban rögzített vonatkoztatási értékhez viszonyítva határozhatjuk meg, a (3.18) egyenlethez hasonló formulával:

$$L_P = 10 \lg \frac{P}{P_0} \text{ dB}, \quad (3.19)$$

ahol L_P hangteljesítményszint dB,
 P egy adott hangteljesítmény W,
 P_0 vonatkoztatási érték:^{3.22)} 10^{-12} W.

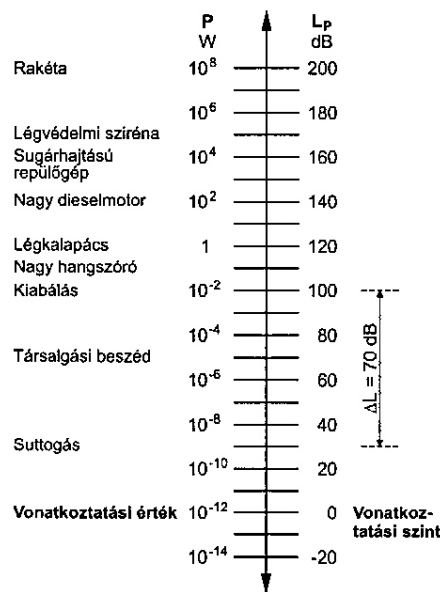
A 3.6. ábrán feltüntetett hangteljesítményszinteket a (3.19) formulával állapítottuk meg.^{3.23)}

3.3.3. Hangintenzitásszint

A hangintenzitás teljesítményjellegű mennyiség, így a W/m^2 -ben megadott hangintenzitás decibelben kifejezhető szintjét is meghatározhatjuk a hangintenzitás vonatkoztatási értékéhez viszonyítva, a (3.20) formulával:

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} \text{ dB}, \quad (3.20)$$

ahol L hangintenzitásszint^{3.24)} dB,
 I egy adott hangintenzitás W/m^2 ,
 I_0 vonatkoztatási érték:^{3.22)} 10^{-12} W/m^2 .



3.6. ábra
Néhány hangforrás tájékoztató jellegű hangteljesítménye és hangteljesítményszintje

3.18) 1 nagyságrendről beszélünk, ha egy mértani sor szomszédos elemeinek hányadosa 10.

3.19) A ΔL_P jelölésben az L betű az angol „level”, a P betű a „power” szóra utal.

3.20) A. G. Bell, az elektromágneses telefon feltalálójának tiszteletére.

3.21) A kiabálás és a suttogás hangteljesítményének szintkülönbsége a 3.6. ábra adataival:

$$\Delta L = 10 \lg \frac{10^{-2}}{10^{-9}} = 70 \text{ dB}.$$

Ezt tekinthetjük az emberi beszéd dinamika-tartományának.

3.22) Ennek szintje a vonatkoztatási szint:

$$10 \lg \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 0 \text{ dB},$$

3.23) Például légkalapács esetén:

$$L_P = 10 \lg \frac{1}{10^{-12}} = 120 \text{ dB}.$$

3.24) Index nélkül az L szimbólum hangintenzitásszintet, vagy hangnyomásszintet jelöl.

3.25) Levezetés:

A (3.15) egyenlet szerint:

$$P = I S.$$

Az egyenlet mindkét oldalát osztva 10^{-12} -vel:

$$\frac{P}{10^{-12}} = \frac{I}{10^{-12}} S.$$

Az egyenlet mindkét oldalának tízszeres logaritmusát véve:

$$\underbrace{10 \lg \frac{P}{10^{-12}}}_{L_P} = \underbrace{10 \lg \frac{I}{10^{-12}}}_{L_I} + 10 \lg S.$$

A decibel fogalmához hűen, a fenti egyenlet dimenzióhelyes alakja:

$$L_P = L_I + 10 \lg \frac{S}{S_0} \text{ dB},$$

ahol $S_0 = 1 \text{ m}^2$.

Az ilyen és hasonló képletek áttekinthetősége érdekében az egyszerűbb jelölésmódot fogjuk alkalmazni.

3.26) Az emberi hallószervben még hangérzetnek tekinthető (nem okoz fájdalomérzetet) az a hangintenzitás, amely max. 1 W/m^2 . A legkisebb intenzitás pedig, amely már hangérzetet kelt (a hallásküszöb) 10^{-12} W/m^2 . E két mennyiség szintkülönbsége a (3.22) képlettel:

$$\Delta L = 10 \lg \frac{1}{10^{-12}} = 120 \text{ dB}.$$

Ez az emberi hallás dinamikataromány.

$$3.27) \quad I = \frac{\tilde{p}^2}{\rho_0 c_0}, \quad I_0 = \frac{\tilde{p}_0^2}{\rho_0 c_0}.$$

3.28) A pontos érték $I_0 = 10^{-12}$; $\rho_0 = 1,2$; $c_0 = 340$ feltételezésével, a (3.11) képlet alapján:

$$10^{-12} = \frac{\tilde{p}_0^2}{1,2 \cdot 340},$$

$$\tilde{p}_0 = \sqrt{1,2 \cdot 340 \cdot 10^{-12}} = 2,02 \cdot 10^{-5}.$$

3.29) Például a környezet egy meghatározott pontjába egyidejűleg két zajforrás sugároz hangenergiát. A közlekedés L_1 , egy ipari üzem pedig L_2 hangintenzitásszintet kelt. Meghatározandó e két szint együttes hatását kifejező, ún. eredő szint.

A hangintenzitás vonatkoztatási értéke az emberi hallás küszöbértéke 2000 Hz frekvenciájú hang esetén, amely számszerűen azonos a hangteljesítmény vonatkoztatási értékével. Ily módon az 1 m^2 nagyságú felülethez tartozó hangteljesítményszint számértéke megegyezik az intenzitásszinttel, S nagyságú felület esetén pedig a hangteljesítményszint: ^{3.25)}

$$L_P = L + 10 \lg S \text{ dB}. \quad (3.21)$$

3.3.4. Hangintenzitások szintkülönbsége

Ha két hangintenzitás I_1 és I_2 , akkor a két intenzitásszint a (3.20) összefüggés alapján:

$$L_1 = 10 \lg \frac{I_1}{I_0} \text{ dB és}$$

$$L_2 = 10 \lg \frac{I_2}{I_0} \text{ dB},$$

a két intenzitásszint különbsége (ΔL) pedig:

$$\Delta L = L_1 - L_2 = 10 \lg \frac{I_1}{I_2} \text{ dB}. \quad (3.22)$$

A 3.26) széljegyzetben konkrét számítási példát közlünk.

3.3.5. Hangnyomásszint

A decibelben kifejezhető szint fogalmát teljesítményjellegű mennyiségekre értelmeltük. Ezért a hangnyomásszint definiálása céljából a (3.20) formulából kell kiindulnunk, a képletben szereplő I és I_0 intenzitásokat pedig a (3.11) összefüggésnek megfelelően a hangnyomással kell kifejeznünk. ^{3.27)} Ily módon a (3.20) egyenlet a műveletek elvégzése után a következő alakot veszi fel:

$$L = 10 \lg \frac{\tilde{p}^2}{\tilde{p}_0^2} = 20 \lg \frac{\tilde{p}}{\tilde{p}_0} \text{ dB}, \quad (3.23)$$

ahol L hangnyomásszint dB,

\tilde{p} egy adott hangnyomás effektív értéke Pa,

\tilde{p}_0 a hangnyomás vonatkoztatási értéke, ^{3.28)} amely nemzetközi megállapodás alapján kerekítve: $2 \cdot 10^{-5}$ Pa.

3.4. Műveletek decibellekkel

3.4.1. A műveletek elve

Gyakran előfordul, hogy decibelben megadott hangteljesítményszintek, vagy hangintenzitásszintek együttes hatását kell számszerűen meghatározni. ^{3.29)} Nyilvánvaló, hogy csak a fizikai mennyiségekkel – a teljesítményjellegű energetikai jellemzőkkel – végezhetünk algebrai műveleteket. Decibelben adott szintek esetén a következők szerint járunk el:

A decibelben megadott szintekhez fizikai mennyiségeket (teljesítmény, intenzitás) rendelünk.

A fizikai mennyiségekkel elvégezzük a szükséges számítási műveleteket, majd ezekből a mennyiségekből hangteljesítményszintet, vagy hangintenzitásszintet képezünk a (3.19) vagy a (3.20) összefüggések alkalmazásával.

3.4.2. Szintek energetikai többszörözése

A műveletek hangteljesítményszintek (L_p) és hangintenzitásszintek (L) esetén azonosak. A levezetést az egyszerűbb jelölés miatt az intenzitásszintekkel (L) végezzük. A levezetett számítási formulák más – decibelben adott – szintekkel (hangnyomásszint, rezgéssebességszint, rezgésgyorsulásszint) kapcsolatos műveletekre is alkalmazhatók.

n darabszámú, azonos intenzitásszint esetén, a 3.4.1. pontban leírt műveletsor:

- az egyenkénti intenzitások: I W,
- a többszörözött intenzitás: $n I$ W,
- a többszörözött intenzitás szintje (L_Σ) pedig a (3.20) alapján:

$$L_\Sigma = 10 \lg \frac{n I}{I_0} = 10 \lg \frac{I}{I_0} + 10 \lg n \text{ dB}, \quad (3.24)$$

$10 \lg \frac{I}{I_0} = L$ helyettesítésével a (3.24) műveletsor eredménye:

$$L_\Sigma = L + 10 \lg n \text{ dB}. \quad (3.25)$$

Egyenlő szintek többszörözése esetén a (3.25) összefüggésben szereplő $10 \lg n = \Delta L$ értékkel növekszik az egyenkénti szint, a 3.30) széljegyzetben közölt adatok szerint. Külön is megemlítjük, hogy a darabszám felezése esetén ($\Delta L = -3$ dB) 3 decibellel csökken-, kettőzése esetén ($\Delta L = +3$ dB) pedig 3 decibellel növekszik az eredő szint. 10 dB szintnövekedéshez $n = 10$; 60 dB szintnövekedéshez $n = 1\,000\,000$ energiaszoró tartozik.

3.30) Szintváltozás (ΔL) energetikai többszörözés következtében:

n	$\Delta L = 10 \lg n$
0,5	- 3
2	+ 3
3	+ 4,8
4	+ 6
5	+ 7
9	+ 9,5
10	+10
10^2	+20
10^3	+30
10^4	+40
10^5	+50
10^6	+60

3.4.3. Különböző nagyságú szintek energetikai összege, különbsége és átlaga

A különböző nagyságú szintekkel kapcsolatos energetikai műveletek első lépéseként a (3.20) összefüggés átalakítása révén rendelkezünk fizikai mennyiségeket az egyes szintekhez. Az átalakítási műveletsor:

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} \rightarrow \lg \frac{I}{I_0} = \frac{L}{10} \rightarrow 10^{\frac{L}{10}} = \frac{I}{I_0}. \quad (3.26)$$

A keresett mennyiséget a (3.26) műveletsor utolsó tagjából fejezhetjük ki:

$$I = I_0 10^{0,1L} = 10^{-12} \cdot 10^{0,1L} \text{ W/m}^2. \quad (3.27)$$

Hasonló képlettel számíthatjuk ki a hangteljesítményszint (L_p) adatából a P hangteljesítményt:

$$P = P_0 10^{0,1L_p} = 10^{-12} \cdot 10^{0,1L_p} \text{ W}. \quad (3.28)$$

A 3.31) széljegyzetben konkrét számítási példát közlünk.

Különböző nagyságú szintek energetikai eredőjének számítása

Ha a különböző nagyságú szintek:

$$L_1, L_2, \dots, L_n \text{ dB},$$

a hozzájuk tartozó intenzitások a (3.27) összefüggés alapján:

$$I_1 = I_0 10^{0,1L_1}, I_2 = I_0 10^{0,1L_2}, \dots, I_n = I_0 10^{0,1L_n},$$

az intenzitások összege ($\sum I$) pedig:

$$\sum I = I_0 \sum_{i=1}^n 10^{0,1L_i} \text{ W/m}^2. \quad (3.29)$$

3.31) Példa: A kézi légkalapács hangteljesítményszintje: $L_p = 120$ dB. Hangteljesítménye:

$$P = 10^{-12} \cdot 10^{0,1 \cdot 120} = 10^0 = 1 \text{ W}.$$

(Lásd a 3.6. ábrán a légkalapácsához tartozó adatpárt.)

3.32) Példa: A tér egy meghatározott pontjába négy különböző hangforrás sugároz hangenergiát. Az egyenkénti hangerősségek: $L_1 = 40$, $L_2 = 45$, $L_3 = 50$, $L_4 = 55$ dB. Az eredő hangerősség:

$$L_\Sigma = 10 \lg (10^4 + 10^{4.5} + 10^5 + 10^{5.5}) = 56,6 \text{ dB.}$$

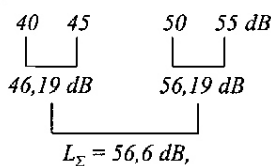
3.33) Példa: $L_1 = 40$, $L_2 = 45$ dB energetikai összege:

$$L_2 - L_1 = 5 \text{ dB} \rightarrow \Delta L = 1,19 \text{ dB},$$

$$L_\Sigma = 45 + 1,19 = 46,19 \text{ dB.}$$

3.34) A 3.32) széljegyzetben szereplő feladat megoldása diagram alkalmazásával:

Az összegezendő szintek:



amely megegyezik a számított eredménnyel.

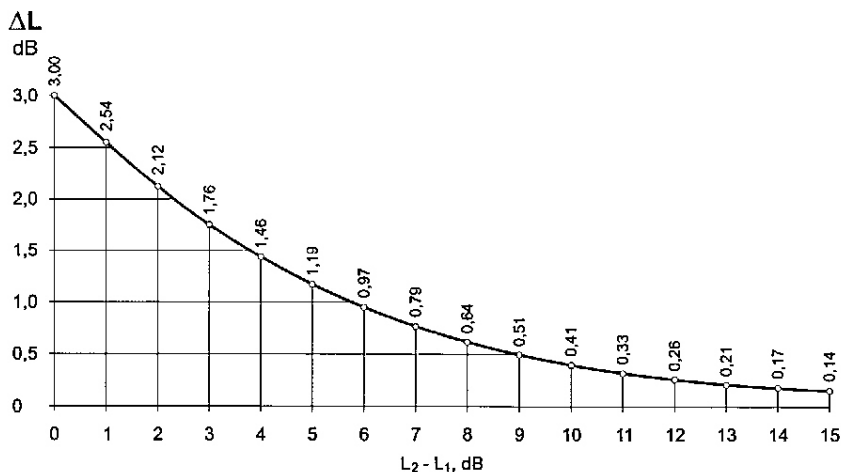
ΣI szintje – az energetikai eredő – a (3.20) összefüggésnek megfelelően:

$$L_\Sigma = 10 \lg \frac{\Sigma I}{I_0} = 10 \lg \sum_{i=1}^n 10^{0,1 L_i} \text{ dB.} \quad (3.30)$$

A 3.32) széljegyzetben konkrét számítási példát közlünk.

Szintek energetikai összegezése diagram alkalmazásával

Két különböző szintet a 3.7. ábra diagramjával is összegezhünk.^{3.33)} Több összegezendő szint esetén több lépésben végezzük el a számítási műveletet.^{3.34)} A 3.7. ábra alapján fontos megállapításokat tehetünk. Ha a decibelben megadott két összegezendő szint azonos ($L_2 - L_1 = 0$), az energetikai összeg 3 decibellel nagyobb, mint az egyik szint. Ha a két összegezendő szint különbsége: $L_2 - L_1 > 15$ dB, az energetikai összegben a kisebbik összetevő szint nem játszik meghatározó szerepet ($\Delta L \rightarrow 0$).



3.7. ábra
Diagram két szint energetikai összegezéséhez: $L_\Sigma = L_2 + \Delta L$

Két szint energetikai különbsége

A (3.30) összefüggés értelemszerű alkalmazásával energetikai különbséget is számíthatunk. L_1 és L_2 szintek energetikai különbsége:

$$L_\Sigma = 10 \lg (10^{0,1 L_1} - 10^{0,1 L_2}) \text{ dB.} \quad (3.31)$$

A 3.35) széljegyzetben konkrét számítási példát közlünk.

Szintek energetikai átlaga

A közlekedési zajokra jellemző, hogy az általuk keltett zaj erőssége az időben tág határok között változik, amint azt a későbbiek során látni fogjuk. A változó zajokat az energetikai átlaggal jellemezzük, mert az emberre gyakorolt hatásuk is ezzel van összefüggésben. Több különböző szint energetikai átlagát is a 3.4.1. pontban ismertetett művelet sor szerint határozhatjuk meg. Ha az időben változó szintek:

$$L_1, L_2, \dots, L_n \text{ dB,}$$

az intenzitások összege a (3.29) összefüggés alapján:

$$\Sigma I = I_0 \sum_{i=1}^n 10^{0,1 L_i} \text{ W/m}^2, \quad (3.32)$$

az intenzitások átlaga:

$$\bar{I} = \frac{1}{n} I_0 \sum_{i=1}^n 10^{0,1 L_i} \text{ W/m}^2, \quad (3.33)$$

3.35) Példa: A környezet egy meghatározott pontjába egyidejűleg két zajforrás (pl. közlekedés és egy ipari üzem) sugároz hangenergiát. Az így keltett hangintenzitás: $L_1 = 85$ dB. Az ipari üzem zajkeltése: $L_2 = 80$ dB. Az üzem működésének szüneteltetése esetén a közlekedés által keltett zajszint (L_Σ):

$$L_\Sigma = 10 \lg (10^{8.5} - 10^8) = 83,3 \text{ dB.}$$

Ellenőrzés: A közlekedés és az ipari üzem zaja együtt:

$$L_\Sigma = 10 \lg (10^8 + 10^{8.33}) = 84,97 \text{ dB.}$$

az átlagos intenzitás szintje – az energetikai átlag – pedig a (3.20) formulának megfelelően:

$$\bar{L}_\Sigma = 10 \lg \frac{\bar{I}}{I_0} = 10 \lg \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 10^{0,1L_i} \quad \text{dB.} \quad (3.34)$$

A 3.36) széljegyzetben konkrét számítási példát közlünk.

3.5. Gömbhullám levegőben

3.5.1. Tökéletes gömbhullám szabad hangtérben

Tökéletes gömbhullámot csak elméleti úton lehet létrehozni a 3.8. ábra szerinti hangforrással, a **vibráló gömb**^{3.37)} amelynek teljes felülete azonos fázisban rezeg. A rezgést – a síkhullámnál leírtakhoz hasonlóan – átveszik és továbbítják a gömböt körülvevő részecskék és ezáltal kialakulnak az ábrán megfigyelhető, gömbfelületet alkotó sűrűsödések és ritkulások: a gömbhullámok. A vibráló gömb P hangteljesítménye a gömb középpontjától mért r távolság négyzetével arányosan növekvő gömbfelületen egyenletesen oszlik meg, így az I hangintenzitás a távolság négyzetével arányosan csökken, a (3.35) összefüggés szerint:

$$I = \frac{P}{4r^2\pi} \quad \text{W/m}^2. \quad (3.35)$$

A (3.35) formula a hangenergia térbeli csökkenésének **négyzetes törvénye**.

3.5.2. Pontszerű hangforrás szabad hangtérben

A gyakorlatot kielégítő pontossággal gömbhullámot sugároznak a különféle hangforrások (a hangszigetelés tárgykörében ilyen pl. a beszéd, a porzívó, a kisméretű hangszer, az egyszerű hangszóró), ha teljesülnek az alábbi feltételek:

$$d < r > \lambda, \quad (3.36)$$

$$r > 2\lambda, \quad (3.37)$$

ahol r a mérési pont távolsága a hangforrástól m ,
 d a hangforrás legnagyobb mérete m ,
 λ a hang hullámhossza m .

Ha a fenti feltételek közül csak a (3.36) teljesül, a hangforrás közelében vagyunk. A (3.37) feltétel a **közeltér** és **távoltér** határát jelöli ki, a 3.9. ábra szerint. A közeltérben (a hangforrás közelében) komplex számokkal leírható, bonyolult fizikai jelenségek játszódnak le, amelyek az ún. **meddő energiaösszetevő** révén növelik a (3.35) összefüggéssel számítható hangintenzitást, illetve a hangintenzitásszintet (lásd a 3.9. ábrán).

A (3.36) és (3.37) feltételek egyidejű teljesítése esetén – a távolytérben – a hangintenzitást a (3.35) összefüggéssel számítjuk. Ennek megfelelően a hangforrástól mért távolság kétszeresére növelésével a hangintenzitás negyedére-, a hangintenzitásszint pedig 6 decibellel csökken, a 3.9. ábrán feltüntetett függvény szerint.^{3.38)} A relatív szintváltozás általános képlete $r_1 < r_2$ esetén:

$$\Delta L = 20 \lg \frac{r_1}{r_2} \quad \text{dB,} \quad (3.38)$$

3.36) Példa: Az időben változó szintek: $L_1 = 40, L_2 = 45, L_3 = 50, L_4 = 55$ dB. Energetikai átlaguk:

$$\bar{L}_\Sigma = 10 \lg \frac{1}{4} (10^4 + 10^{4,5} + 10^5 + 10^{5,5}) =$$

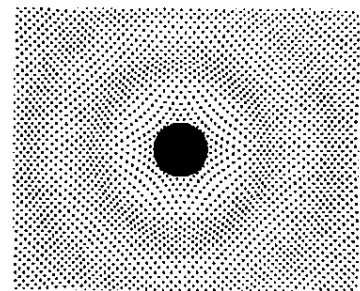
$$\bar{L}_\Sigma = 50,6 \quad \text{dB.}$$

A példában szereplő 4 szint számtani átlaga:

$$\bar{L} = \frac{1}{4} (40 + 45 + 50 + 55) = 47,5 \quad \text{dB,}$$

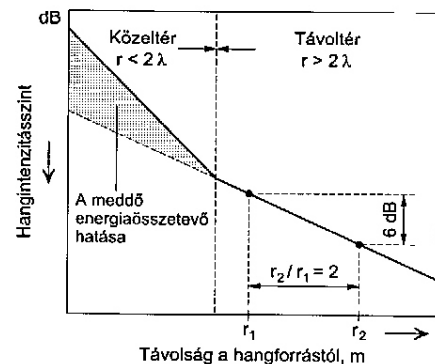
amely lényegesen eltér az energetikai átlagtól!

3.37) A magyar nyelvű szakirodalomban általában a lélegző gömb kifejezést használják, a német „atmende Kugel” szó szerinti fordításaként.



3.8. ábra

A vibráló gömb által a levegőben keltett sűrűsödések és ritkulások [45] alapján



3.9. ábra

A pontszerű hangforrás közelterének és távolyterének geometriai feltételei és jellemzői

3.38) Ha az $r_1 < r_2$ távolságokhoz tartozó hangintenzitások a (3.35) egyenlet alapján:

$$I_1 = \frac{P}{4r_1^2\pi} \quad \text{és} \quad I_2 = \frac{P}{4r_2^2\pi},$$

az intenzitások szintkülönbsége a (3.22) alapján:

$$\Delta L = 10 \lg \frac{I_1}{I_2}$$

I_1 és I_2 értékét a fentiek szerint helyettesítve:

$$\Delta L = 10 \lg \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 20 \lg \frac{r_1}{r_2}$$

$$3.39) \text{ Mert } 20 \lg \frac{I}{10} = -20 \text{ dB.}$$

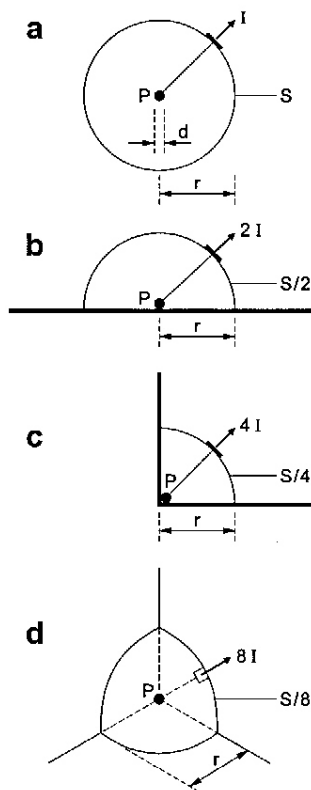
$$3.40) \text{ Mert } 20 \lg \frac{10}{I} = 20 \text{ dB.}$$

ahol ΔL relatív szintváltozás előjelhelyesen dB,
 r_1 ismert hangintenzitású pont távolsága a hangforrástól m,
 r_2 ismeretlen hangintenzitású pont távolsága a hangforrástól m.

A (3.38) összefüggés alapján 20 decibellel csökken az intenzitásszint, ha a hangforrástól mért távolságot tízszeresére növeljük^{3.39)} és 20 decibellel növekszik, ha a távolságot tizedére csökkentjük.^{3.40)}

3.5.3. Pontszerű hangforrással keltett hangintenzitásszintek számítására alkalmas egyszerű képletek

A (3.36) és (3.37) feltételeknek megfelelő, pontszerű hangforrással keltett hangintenzitás (fizikai hangerősség) nemcsak a hangforrás P hangteljesítményétől és az észlelési pontnak a forrástól mért r távolságától függ, hanem a szabad hangtér geometriai adottságaitól is. A gyakorlatban a 3.10. ábra szerinti esetekkel találkozhatunk. Ugyanolyan P hangteljesítmény és r távolság esetén a következők szerint változik a hangintenzitás:



3.10. ábra

Pontszerű hangforrás által keltett hangintenzitások

- a Minden irányban szabad hangtérben
- b Szabad féltérben
- c Szabad negyedtérből
- d Szabad nyolcadtérből

3.41) Példa: Szabad féltérben 120 dB hangteljesítményszintű légkalapács működik. A 10 m távolságban keletkező hangerősség a (3.41) formula szerint:

$$L = 120 - 20 \lg 10 - 8 = 92 \text{ dB.}$$

3.42) Ezért előnyös, ha a szabad féltérben lévő színpad mögé nagy felületű hangvisszaverő falat építünk, vagy a színpadot meglévő épület elé helyezzük.

3.43) Ezért nem szabad a zajos gépet a nagy alapterületű csarnok sarkában elhelyezni. Hangosítás esetén viszont előnyös, ha a hangszóró a sarokban van.

Minden irányban szabad hangtér esetén (3.10/a. ábra) a gömbfelület nagysága S , a hangintenzitás pedig I , amelynek értéke a (3.35) képlettel számítható. A 3.25) széljegyzetben levezetett (3.21) egyenlet alapján a hangintenzitásszint (L) és a hangteljesítményszint (L_P) között fennáll az alábbi összefüggés:

$$L = L_P - 10 \lg S \text{ dB,} \quad (3.39)$$

ahol $S = 4r^2\pi$ a gömb felülete.

A (3.39) összefüggésben $10 \lg 4r^2\pi \approx 20 \lg r - 11$ dB helyettesítésével a hangerősség számítására alkalmas, egyszerű összefüggést nyerünk:

$$L = L_P - 20 \lg r - 11 \text{ dB.} \quad (3.40)$$

Szabad féltér esetén (nagy kiterjedésű, sík felületre helyezett hangforrás a 3.10/b. ábra szerint) a hangenergia félgömb felületen oszlik meg, így a (3.39) egyenlet harmadik tagja: $10 \lg 2r^2\pi \approx 20 \lg r - 8$ dB, ennek megfelelően a hangerősség 3 decibellel nagyobb, mint a minden irányban szabad hangtérben, a (3.41) összefüggés szerint:^{3.41)}

$$L = L_P - 20 \lg r - 8 \text{ dB.} \quad (3.41)$$

Szabad negyedtérből (3.10/c. ábra) – egyébként azonos körülmények között – az intenzitásszint a szabad féltérhez képest 3 decibellel növekszik a felület további feleződése miatt:^{3.42)}

$$L = L_P - 20 \lg r - 5 \text{ dB.} \quad (3.42)$$

Szabad nyolcadtérből (3.10/d. ábra) további 3 decibeles hangerősség-növekedéssel számolhatunk:^{3.43)}

$$L = L_P - 20 \lg r - 2 \text{ dB.} \quad (3.43)$$

A (3.39) – (3.43) összefüggések általános tanulságaként kimondhatjuk, hogy pontszerű hangforrás esetén a szabad terjedési irányok felezésével 3 decibellel növekszik a hangerősség; a hangforrástól mért távolság kétszeresítésével pedig 6 decibellel csökken, feltéve, hogy figyelmen kívül hagyjuk a levegő részecskéi közötti súrlódás energiacsökkentő hatását. Számottevő hangerősség-csökkenés csak nagyfrekvenciájú hangok és nagy távolságok esetén következik be (50 % relatív páratartalmú levegőben terjedő 1,5 kHz frekvenciájú hang erőssége 1 km-en 10 decibellel csökken).

3.6. Hengeres hullám levegőben

3.6.1. Tökéletes hengeres hullám

Szabad hangtérben a vonalszerű hangforrás, a vonalsugárzó^{3.44)} hangenergiája a hangforrás tengelyére merőleges irányban, hengeres hullám formájában terjed (az ugyanolyan állapotban lévő levegőrészecskék – hullámfrontok – hengerfelületet alkotnak).

3.6.2. Vonalszerű hangforrás szabad feltérben

A zajos helyiségeket határoló szerkezetekben lévő, hosszú és keskeny tömíttetlen rések (pl. ajtók és ablakok tok- és szárny szerkezete között) vonalszerű hangforrások. Az úttesten haladó – pontszerű hangforrások sokaságából álló – gépkocsisor is vonalszerű hangsugárzónak tekinthetjük, amelynek hangenergiája egy – a köréje rajzolható – félhenger felületén egyenletesen oszlik meg és a szabad feltérben hengeres hullám formájában terjed, ha teljesülnek a 3.11. ábrán bejelölt mennyiségek között a (3.44) egyenlőség szerinti feltételek:

$$d < r < \frac{\ell}{3}, \quad (3.44)$$

ahol d távolság a pontszerű források között m ,
 r az észlelési, vagy mérési pont távolsága a vonalszerű hangforrás tengelyétől m ,
 ℓ a vonalszerű hangforrás hossza m .

A pontszerű egységek sokaságából álló, vonalszerű hangforrás akusztikai jellemzője a méterenkénti hangteljesítmény (P'):

$$P' = \frac{P}{\ell} \quad \text{W/m}, \quad (3.45)$$

ahol P a vonalsugárzót alkotó pontszerű hangforrások összes hangteljesítménye (az egyenkénti hangteljesítmények algebrai összege) W .

A vonalsugárzó által keltett hang intenzitása (a négyzetméterenkénti hangteljesítmény) a méterenkénti hangteljesítmény (P') és az $1 m$ hosszúságú palástfelület (lásd a 3.11. ábrát) hányadosa:

$$I = \frac{P'}{r\pi} \quad \text{W/m}^2. \quad (3.46)$$

A vonalsugárzó által keltett hangintenzitásszint a (3.20) definíció alapján:

$$L = 10 \lg \frac{P'}{r\pi} \frac{1}{10^{-12}} \quad \text{dB}, \quad (3.47)$$

vagy célszerűbb alakban:

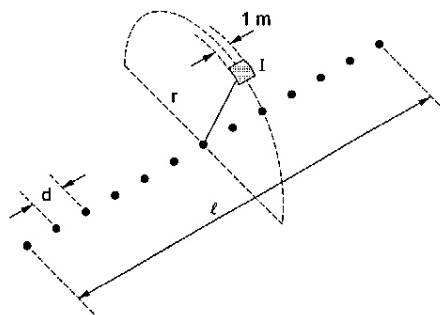
$$L = 10 \lg \frac{P'}{10^{-12}} \frac{1}{r\pi} \quad \text{dB}. \quad (3.48)$$

A (3.48) összefüggésben szereplő $10 \lg P'/10^{-12}$ mennyiség a méterenkénti hangteljesítményszint ($L_{P'}$), a $10 \lg 1/r\pi$ tényező értéke pedig: $-(10 \lg r + 5)$. Ezek helyettesítésével a hangintenzitásszint képlete:

$$L = L_{P'} - 10 \lg r - 5 \quad \text{dB}. \quad (3.49)$$

A 3.45) széljegyzetben konkrét számítási példát közlünk.

3.44) A csővezeték, amelyben a folyadék nagy sebességű, spirálisan örvénylő (turbulens) mozgással halad, közelítően vonalsugárzónak tekinthető.



3.11. ábra
Pontszerű forrásokból álló gépkocsisor szabad feltérben

d távolság a gépkocsik között
 r távolság a gépkocsisor tengelyétől
 ℓ a gépkocsisor teljes hosszúsága

3.45) Példa: Az $\ell = 100 m$ hosszú gépkocsisorban 10 dB , egyenként $P = 0,15 W$ hangteljesítményű gépkocsi halad. Számítsuk ki az út tengelyétől $r = 25 m$ távolságban keletkező hangerősséget!

Megoldás: Mivel

$$d = 10 < 25 < 33,3 m,$$

a gépkocsisor vonalszerű hangforrás, amelynek méterenkénti hangteljesítménye, illetve teljesítményszintje:

$$P' = 0,15 \cdot 10 / 100 = 0,015 \text{ W/m},$$

$$L_{P'} = 10 \lg 0,015 / 10^{-12} = 102 \text{ dB},$$

a hangerősség pedig:

$$L = 102 - 10 \lg 25 - 5 = 83 \text{ dB}.$$

3.7. Felületszerű hangforrás szabad féltérben

Az ipari épületek hangsugárzó nagy felületeit (pl. repülőgéphanagár nyitott kapuja, csekély hangszigetelő képességű ablakok sokasága a homlokzaton) a felület közelében közelítően síkhullámú hangsugárzónak tekinthetjük, mert a felülettől kis mértékben eltávolodva nem csökken a hangerősség. (A tökéletes síkhullám fizikai tulajdonságaival a 3.2. pontban foglalkoztunk.) *L. Schreiber* szerint [33/370. o.] a felület közelében kitétel geometriai feltétele:

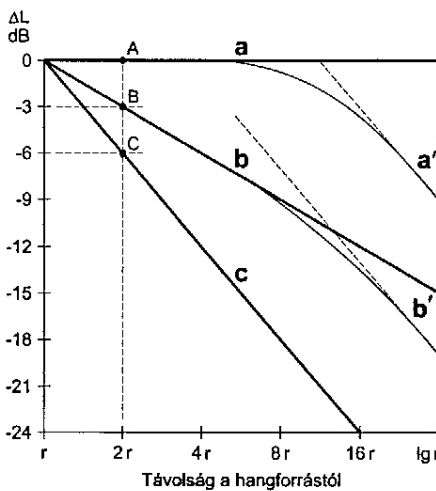
$$r < 0,4 \sqrt{S}, \quad (3.50)$$

ahol r az észlelési, vagy mérési pont távolsága a felülettől m ,
 S a sugárzó felület nagysága m^2 .

Ha nem teljesül a (3.50) feltétel, a felülettől távolodva a felületszerű hangforrás által keltett hang erősségének csökkenése előbb a vonalszerű hangforrás törvényszerűségeit követi,^{3,46)} a felülettől viszonylag nagy távolságban pedig pontszerű hangforrásnak tekinthetjük. (lásd a 3.12. ábra a' jelű függvényét). A hangforrástól nagy távolságban a levegő részecskéinek sűrűdése által előidézett hangenergiacsökkenést is számításba kell venni.

3.46) Ebben az átmeneti szakaszban rendkívül bonyolult fizikai jelenségek játszódnak le, amelyekben a hang frekvenciája és a sugárzó szerkezet tulajdonságai is szerepet játszanak. E problémakör részletesebb elemzése nem tartozik könyvünk tárgykörébe.

3.8. A különböző jellegű hullámformák és léghangot keltő hangforrások tulajdonságainak összehasonlító áttekintése



3.12. ábra

A hangenergia terjedésének geometriai törvényszerűségeit jellemző függvények

- a Síkhullám
- a' Felületszerű hangforrás
- b Hengeres hullám
- b' Vonalszerű hangforrás
- c Gömbhullám és pontszerű hangforrás

3.47) Szintcsökkenési mutatója: $\Delta L = 6 \text{ dB}/2r$.

3.48) Szintcsökkenési mutatója: $\Delta L = 3 \text{ dB}/2r$.

Az előző pontokban a különböző hullámformák fizikai tulajdonságaival, valamint a pontszerű-, a vonalszerű- és a felületszerű hangforrások által a szabad féltérbe sugárzott hangenergia terjedésének geometria törvényszerűségeivel foglalkoztunk. A közölt ismeretek elmélyítése céljából, a 3.12. ábra segítségével összefoglaljuk a hangintenzitás szintek távolságfüggő csökkenésével kapcsolatos legfontosabb tudnivalókat.

A tökéletes síkhullám tulajdonságait jellemző a jelű függvény szerint a hangintenzitás szint független a forrástól mért távolságtól. A távolság kétszereséhez tartozó ΔL szintcsökkenési mutató az A jelű pontban:

$$\Delta L = 0 \text{ dB}/2r. \quad (3.51)$$

A tökéletes hengeres hullám tulajdonságait a b jelű függvény jellemzi. A B jelű ponthoz tartozó ΔL szintcsökkenési mutató:

$$\Delta L = 3 \text{ dB}/2r. \quad (3.52)$$

A tökéletes gömbhullám és a pontszerűnek tekinthető hangforrás tulajdonságait a c jelű függvény jellemzi. A C jelű ponthoz tartozó ΔL szintcsökkenési mutató:

$$\Delta L = 6 \text{ dB}/2r. \quad (3.53)$$

A felületszerű hangforrás a felülettől igen nagy távolságban – az a' jelű függvénynek megfelelően – pontszerűnek tekinthető,^{3,47)} míg az átmeneti szakasz egy részében a vonalszerű hangforrás tulajdonságait tükrözi.^{3,48)}

A vonalszerű hangforrás is pontszerűnek tekinthető a forrástól nagy távolságban,^{3,47)} a b' jelű függvény szerint.

3.9. Hanghullámok szilárd közegekben

A szilárd közegekben, épületszerkezetekben terjedő hang neve **testhang** (*Körperschall, structure-borne sound*). A testhanghullámok fizikája és matematikája rendkívül bonyolult, mert a szilárd szerkezetek – a gázokkal és folyadékokkal ellentétben – nemcsak nyomásra, hanem húzásra, nyírásra és hajlításra is igénybe vehetők, ezek hatására pedig olyan feszültségi állapotok és alakváltozások keletkezhetnek, amelyeket esetenként csak negyedrendű parciális differenciálegyenletekkel lehet leírni.^{3.49)} A következőkben – az elméleti ismeretek mellőzésével – rövid, vizuális áttekintést adunk^{3.50)} a szilárd közegekben terjedő legfontosabb hullámformákról és a hangszigetelés törvényszerűségeinek ismertetéséhez feltétlenül szükséges összefüggésekről.

3.9.1. Longitudinális hullám

A longitudinális hullám (*Reine Longitudinalwelle*) – amelyben a részecskék a terjedés irányában rezegnek a 3.13. ábra szerint – csak olyan közegben jöhet létre, amelyben a váltakozó irányú külső erő hatására csak az erő irányában jöhet létre torzulásmentes térfogatváltozás. Ennek nyilvánvaló feltétele, hogy a közeg harántirányú kiterjedése is igen nagy: a 3.13. ábrán bejelölt λ hullámhossz többszöröse. Szilárd épületszerkezetekben a felületre merőleges irányban csak akkor jöhet létre longitudinális hullám, ha a vastagsági méret azonos, vagy nagyobb, mint a 3.13. ábrán feltüntetett hullámhossz.^{3.51)}

3.9.2. Tágulási hullám

A tágulási hullám – amelyet a német nyelvű szakirodalom kvázi-longitudinális hullámnak nevez (*Quasi-longitudinale Welle*) – olyan szerkezetekben (rudakban és lemezekben) terjed, amelyekben – a szerkezet egyik végében működő, hosszirányú külső erő hatására – torzulásmentes alakváltozás (tágulás és nyúlás), valamint erős hosszirányú és gyenge harántirányú rezgés keletkezik a 3.14. ábra szerint. A harántirányú rezgések által előidézett hangenergia-kisugárzás elhanyagolható a longitudinálisan terjedő energia mellett, amely egy másik, \perp vagy \dashv alakban csatlakozó lemezben – hangszigetelési szempontból kedvezőtlen – jó hangsugárzó hajlítási hullámot gerjeszthet.

A tágulási hullámok terjedési sebessége rudakban:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{m/s}, \quad (3.54)$$

illetve lemezekben:

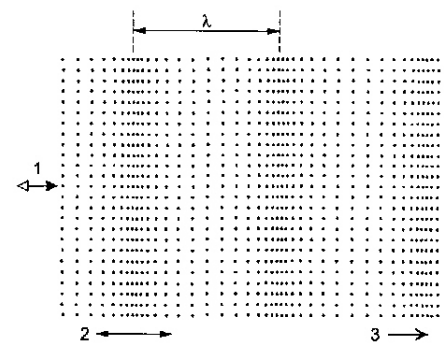
$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad \text{m/s}, \quad (3.55)$$

ahol E az anyag rugalmassági modulusa^{3.52)} N/m²,
 ρ az anyag sűrűsége kg/m³,
 ν Poisson-szám a 2.14) széljegyzet szerint.

A (3.54) összefüggés hasonló a levegőben terjedő hang sebességének számítására szolgáló (3.4) képlethez. Ez a tény is a tágulási hullám longitudinális jellegére utal. A tágulási hullámok terjedési sebessége lemezekben nagyobb, mint rudakban. A (3.55) egyenletben a szilárd építőanyagokra

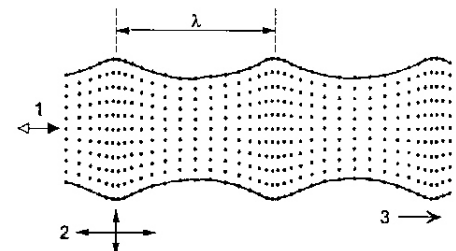
3.49) A testhangok elméletének alapvető műve L. Cremer és M. Heckl „Körperschall” c. könyve [7].

3.50) A különböző hullámformák sajátosságait illusztráló ábrákat (amelyeken a részecskéket pontok helyettesítik) elsőként R. Berger alkalmazta 1913-ban. Később ez az ábrázolási mód általánossá vált. Mi a "Reallexikon der Akustik" c. könyv [34] ábráit vettük át.



3.13. ábra
A longitudinális hullám részecskéi egy pillanatban [34]

- 1 váltakozó irányú külső erő
- 2 a részecskék rezgési iránya
- 3 hullámterjedési irány



3.14. ábra
A tágulási hullám részecskéi egy pillanatban [34]

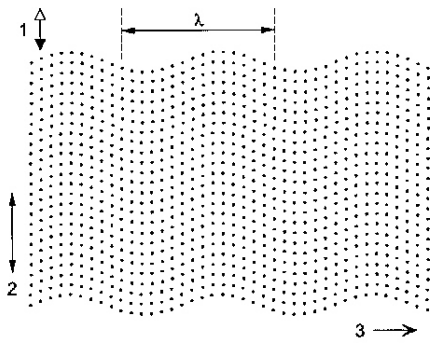
- 1 váltakozó irányú külső erő
- 2 a részecskék hossz- és harántirányú rezgései
- 3 hullámterjedési irány

3.51) Betonban, 3400 m/s terjedési sebességet feltételezve, 10000 Hz frekvenciájú hang esetén $\lambda = 3400/10000 = 0,34$ m lenne a szükséges vastagsági méret.

3.52) Young-modulusnak is nevezik, amelyet hasáb alakú próbatestek statikus nyomó-, vagy húzó vizsgálatával határoznak meg, a 2.2.2. pont szerint. Szilárd testek dinamikai és statikai modulusa gyakorlatilag azonos.

3.53) Szilárd anyagok átlagos Poisson-száma 0,35. Ezt helyettesítve a (3.55) képletbe:

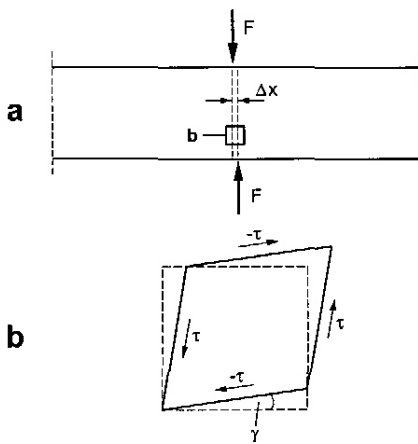
$$c' = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-0,3^2)}} = 1,05 \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



3.15. ábra

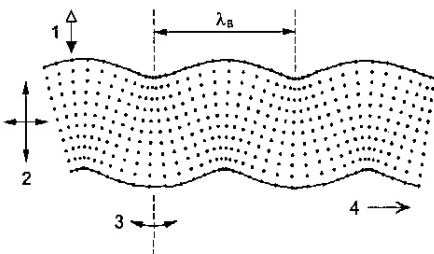
A transzverzális hullám részecskéi egy pillanatban [34]

- 1 váltakozó irányú külső erő
- 2 a részecskék rezgési iránya
- 3 hullámterjedési irány



3.16. ábra

- a Statikus nyírásra igénybevett lemez
- b A b jelű részecske τ feszültségei és alakváltozása



3.17. ábra

A hajlítási hullám részecskéi egy pillanatban [34]

- 1 szinuszos gerjesztő erő
- 2 a részecskék hossz- és harántirányú rezgése
- 3 szögforgás
- 4 hullámterjedési irány

általában jellemző $\nu = 0,3$ helyettesítésével^{3.53)} az eltérés mindössze 5 %, ezért a gyakorlatban lemezek esetén is a (3.54) képlettel számolhatunk.

3.9.3. Transzverzális hullám

A transzverzális hullám (szinonimái: haránthullám, nyírási hullám) – a 3.15. ábrán bejelölt hullámhosszhoz képest – nagy kiterjedésű, szilárd közegekben és szemcsés anyagokban (pl. homok, salak) terjed, a felületre merőleges, váltakozó irányú külső erő hatására. Alapvető tulajdonsága, hogy a közegben nem jön létre térfogatváltozás, csak tiszta nyírás és harántirányú rezgés, amely – a részecskék közötti rugalmas kapcsolatok révén – a rezgési irányra merőlegesen terjed (lásd a 3.15. ábrát).

Szilárdságtani ismereteink szerint ha a rúd, vagy lemez síkjára merőlegesen, egymástól rendkívül csekély Δx távolságra azonos nagyságú, de ellentétes irányú F erők hatnak (3.16/a. ábra), a szerkezet b jelű részecskéjének alakja eltorzul a 3.16/b. ábra szerint, a keresztmetszeten fellépő nyírófeszültségek ($\tau, -\tau$) hatására. Az alakváltozás a γ szögváltozással jellemezhető, amely a τ nyírófeszültséggel arányos:

$$\gamma = \frac{\tau}{G}, \tag{3.56}$$

ahol G arányossági tényező: **nyírási rugalmassági modulus** N/m^2 .

A nyírási- és a (2.44) formulával értelmezett statikus rugalmassági modulus között fennáll a (3.57) összefüggés:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \text{ N/m}^2, \tag{3.57}$$

ahol ν Poisson-szám a 2.15) széljegyzet szerint.

A transzverzális hullámok terjedési sebessége a (3.54) összefüggéshez hasonló képlettel számítható (a rugalmassági modulus helyébe a (3.57) egyenlet szerinti, lényegesen kisebb nyírási modulus lép):

$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \text{ m/s}, \tag{3.58}$$

amely kisebb, mint a tágulási hullámok terjedési sebessége.

3.9.4. Hajlítási hullám

A lemezszerkezetekben keletkező és terjedő hajlítási hullám hangszigetelési szempontból a legjelentősebb, de ugyanakkor a legbonyolultabb hullámforma. A lemez síkjára merőleges szinuszos gerjesztő erő hatására a közeg részecskéi az erős harántirányú rezgések mellett hosszirányban is rezegnek és szögforgásokat végeznek a 3.17. ábra szerint. Az erős harántirányú rezgések révén a hajlítási hullám energiájának nagy részét kisugározza a lemezzel szomszédos légtérbe, tehát erős léghangot kelt, a részecskék közötti rugalmas kapcsolatok révén pedig a harántrezgések és hajlítónyomatékok a \rightarrow és \leftarrow alakban kapcsolódó szerkezetekben is erősen sugárzó hajlítási hullámokat keltenek, ezáltal ún. **kerülőutas hangterjedést** idéznek elő.

A hajlítási hullámok terjedési sebessége (c_B) a lemez hajlítómerevségének és tömegének arányától, továbbá – a többi hullámformától eltérően – a frekvenciától is függ, ez a tulajdonság az ún. **diszperzió**. A zajhatások sok frekvencia-összetevőt tartalmaznak. A különböző frekvenciájú összetevők

energiája egy adott időpontban különböző távolságokra jut el: szétszóródik a közegben. A hullámterjedési sebesség a (3.59) összefüggés szerint:^{3.54)}

$$c_B = \sqrt{2\pi f} \sqrt[4]{\frac{B'}{m'}} \text{ m/s,} \quad (3.59)$$

ahol f frekvencia Hz,
 B' 1 m széles lemezsáv hajlítómerevsége Nm^2 ,
 m' a lemez négyzetméterenkénti tömege kg/m^2 .

A hajlítómerevség közismert szilárdságtani fogalom:

$$B' = E I' \text{ Nm}^2, \quad (3.60)$$

ahol E a lemez anyagának rugalmassági modulusa N/m^2 ,
 I' 1 m széles lemezsáv inercianyomatéka m^4 .

3.9.5. A testhangok erősségének fizikai jellemzői

A hangszigetelés tárgykörében a testhangok terjedése és léghangkeltése szempontjából csak a tágulási- és hajlítási hullámoknak van jelentőségük.^{3.55)} A testhangok erősségét a szerkezetek külső felületein mérhető rezgésyorsulások pillanatnyi értékeiből integráló műszer közbeiktatásával mért rezgésebbességek^{3.56)} effektív értékével-, illetve az effektív értékek decibelben kifejezett szintjével, a rezgésszinttel jellemezzük.

A rezgésebbesség effektív értéke a (2.9) definíció általánosítása alapján:

$$\tilde{v} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} v^2(t) dt} \text{ m/s,} \quad (3.61)$$

ahol v a rezgésebbesség pillanatnyi értéke m/s ,
 τ integrálási és átlagolási idő s , amely mindig nagyobb, mint a T periódusidő.

Rezgésszint

A testhangok zavaró hatása az általuk keltett léghangok erősségében nyilvánul meg. A rezgésszint olyan fizikai mennyiség, amelynek ismeretében kiszámíthatjuk egy meghatározott felületű szerkezet által a levegőbe kisugárzott hangteljesítményszintet. A 3.19. ábrával szemléltetett ideális esetben a testhangok síkhullámot keltenek a levegőben, mert a nagy kiterjedésű szerkezet minden pontja azonos fázisban rezeg. Nyilvánvaló, hogy a szerkezet közvetlen közelében a levegő részecskéinek rezgésebbessége azonos a szerkezet \tilde{v} rezgésebbességével. Fennáll a (3.62) azonosság is:

$$I_v = I \text{ W/m}^2, \quad (3.62)$$

ahol I_v a testhang intenzitása W/m^2 ,
 I a testhang által keltett léghang intenzitása W/m^2 .

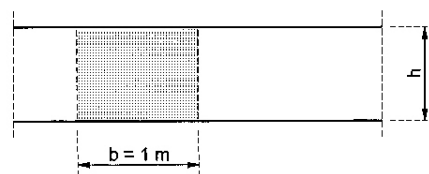
A (3.8) és (3.7) összefüggések összekapcsolásával a léghang intenzitását a közös \tilde{v} értékével fejezhetjük ki:^{3.57)}

$$I = \tilde{v}^2 \rho_0 c_0 \text{ W/m}^2. \quad (3.63)$$

A (3.62) azonosság alapján a dugattyúszerűen rezgő szerkezet által keltett testhangok intenzitás szintjét, amelyet rezgésszintnek nevezünk (L_v), a léghangok intenzitás szintjével fejezhetjük ki a (3.20) képlet alkalmazásával:

$$L_v = L = 10 \lg \frac{I}{I_0} \text{ dB.} \quad (3.64)$$

3.54) A (3.59) egyenletben a B index a német „Biegewelle”, a B' betű a „Biegesteifigkeit” szóra utal.



3.18. ábra
 1 m széles lemezsáv inercianyomatéka

$$I = \frac{b h^3}{12} \rightarrow I' = \frac{1 h^3}{12} \text{ m}^4.$$

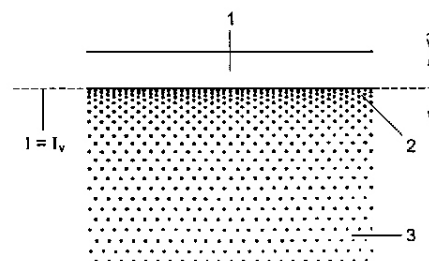
3.55) A tágulási hullámok szerepe másodlagos, mert harántirányú rezgéseik erőssége és közvetlen léghangkeltésük csekély. Az erős hosszirányú rezgések azonban a \rightarrow alakban csatlakozó lemezekben jó hangszűrő hajlítási hullámokat gerjeszhetnek.

3.56) Mivel a rezgésyorsulás a rezgésebbesség deriváltja:

$$a = \frac{dv}{dt},$$

a rezgésebbesség a rezgésyorsulás integrálja:

$$v = \int v dt.$$



3.19. ábra
 Dugattyúszerűen rezgő szerkezet [45]
 1 minden pontjában azonos fázisban rezgő lemez
 2, 3 sűrűsödések és ritkulások a levegőben

3.57) A (3.8) egyenlet szerint:

$$I = \tilde{p} \tilde{v},$$

a (3.7) formula alapján:

$$\tilde{p} = \tilde{v} \rho_0 c_0.$$

A (3.8) és (3.7) összefüggések összekapcsolása:

$$I = \tilde{v}^2 \rho_0 c_0.$$

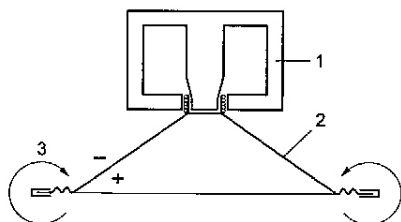
3.58) Pontos értékének számítása: A (3.65) formula nevezőjében lévő vonatkoztatási érték

$$I_0 = \tilde{v}_0^2 \rho_0 c_0 \text{ W/m}^2,$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ és } \rho_0 c_0 = 411$$

helyettesítésével:

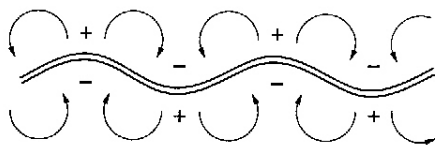
$$\tilde{v}_0 = \sqrt{\frac{10^{-12}}{411}} = 4,9 \cdot 10^{-8} \text{ m/s.}$$



3.20. ábra

Akusztikai rövidzár doboz, vagy hangfal nélküli, kónuszos hangszóró esetén

- 1 permanens mágnes
 - 2 a lengőtekercsre erősített membrán
 - 3 az akusztikai rövidzárát előidéző nyomáskiegyenlítő
- + kompresszió a levegőben
- dekompresszió a levegőben



3.21. ábra

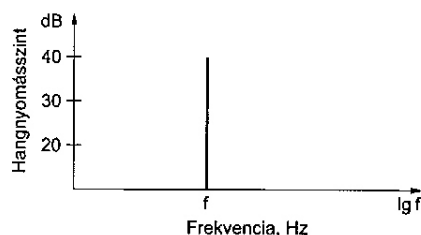
Akusztikai rövidzár hajlítási hullámok léghangszugárzása esetén [34]

- + kompresszió
- dekompresszió
○ nyomáskiegyenlítő



3.22. ábra

Egy tisztahang oszcillogramja [46]



3.23. ábra

Egy tisztahang hangszínképe

A (3.64) egyenletben I és I_0 értékeit a (3.63) formula szerint helyettesítve:

$$L_v = 10 \lg \frac{\tilde{v}^2 \rho_0 c_0}{\tilde{v}_0^2 \rho_0 c_0} \text{ dB}, \quad (3.65)$$

a kijelölt műveletek elvégzése után:

$$L_v = 20 \lg \frac{\tilde{v}}{\tilde{v}_0} \text{ dB}, \quad (3.66)$$

ahol L_v a keresett rezgésszint dB,

\tilde{v} a testhang rezgéssebességének effektív értéke m/s,

\tilde{v}_0 vonatkoztatási érték,^{3.58)} amely nemzetközi megállapodás alapján: $\tilde{v}_0 = 5 \cdot 10^{-8}$ m/s.

A levegőbe sugárzott hangteljesítményszint

A fentiek alapján, a (3.21) összefüggésben szereplő hangnyomásszintet a rezgésszinttel helyettesíthetjük az alábbiak szerint:

$$L_p = L_v + 10 \lg S \text{ dB}, \quad (3.67)$$

ahol L_p a levegőbe sugárzott hangteljesítményszint dB,

L_v a testhangok mért, vagy számított rezgésszintje dB,

S a szerkezet felülete m^2 .

Hajlítási hullámok esetén az előzőnél lényegesen bonyolultabbak a hangszugárzás körülményei az **akusztikai rövidzár** néven ismert fizikai jelenség miatt. Ha a kónuszos hangszórót a merev dobozból, vagy a hangfalból kivesszük és a 3.20. ábra szerint szabadon működtetjük, a kónusz elülső oldalán fellépő + jelű kompresszió hatását csökkenti a vele egyidejűleg a hátsó oldalon fellépő – jelű dekompresszió, ami végeredményben a hangszóró által keltett hang erősségének csökkenését eredményezi. Hasonló jelenség játszódik le hajlítási hullámok esetén is, a 3.21. ábra szerint. A nyomáskiegyenlítés következtében a testhangok energiájának egy része a lemez közvetlen közelében ide-oda mozgatja a levegő részecskéit: meddő hangteljesítménnyé alakul. Ezáltal csökken a léghang formájában kisugárzott hangteljesítmény a dugattyúszerűen rezgő lemez által keltett – a (3.67) összefüggéssel számítható – hangteljesítményszinthez képest. A csökkenés mértékével a későbbiek során foglalkozunk.

3.10. Tisztahang, zenei hang, zörej

Ezek a megnevezések a különféle hangjelenségek frekvencia-összetételére, olyan fizikai tulajdonságokra utalnak, amelyeket a hang oszcillogramjával, vagy a hangszínképpel jellemezhetünk. Az **oszcillogram** a hang, mint mechanikai rezgés időbeli változásának grafikonja, amelyet oszcilloszkóp segítségével lehet fényképfelvételen rögzíteni. A **hangszínkép** a különböző frekvenciájú összetevők erősségének (hangnyomásszint, rezgésszint) ábrája a frekvencia függvényében. A gyakorlatban a frekvenciát logaritmus-, a hangerősséget lineáris léptékben ábrázoljuk.

A tisztahang (*reiner Ton, pure sound*) szinuszos rezgés által keltett hang. A kis frekvenciájú rezgés mélyhang-, a nagy frekvenciájú rezgés magashang-érzetet kelt a hallószervben. A tisztahang oszcillogramja szinuszos, vagy koszinuszgörbe (lásd a 3.22. ábrát), hangszínképe pedig egyetlen vonal, a 3.23. ábra szerint.

A zenei hang (*Klang, musical sound*) tisztahangokból – alaphangból és annak egész számú többszöröseiből (felhangokból) – összetett hang. Oszcillogramja periódusos jellegű (3.24. ábra), hangszíne pedig vonalakból áll (3.25. ábra). A zenei hang a hallószervben a hangszín érzetét kelti. A hangszín alapján képecsk vagyunk felismerni, hogy egy adott zenei hangot hegedű, fuvola, vagy más típusú hangszer kelt-e.

A zörej (*Geräusch, noise*) periódusos tulajdonság nélküli, sok nemharmónikus összetevőből álló hang, amelynek nincs érzékelhető hangmagassága. Ilyen jellegű a technikai berendezések által keltett hangok többsége. A zörej oszcillogramja szabálytalan (3.26. ábra), hangszíne pedig folytonos függvény, amelynek alakja a mérésnél használt sávszűrő típusától függ. Ezzel a problémával a 3.11.1. pontban foglalkozunk.

3.11. Léghangok és testhangok mérése, elemzése

Az akusztikai mennyiségek mérési eszközeinek és módszereinek kutatása és tanítása az elektroakusztika tárgykörébe tartozik. A módszereket és a műszerekkel szemben támasztott követelményeket – az adott kor lehetőségeit is tükröző – nemzetközi ajánlások és hazai szabványok rögzítik. Ebben a pontban – a részletkérdések mellőzésével – arra szeretnénk rámutatni, hogyan „végzik el” a mérőműszerek részegységei a hangnyomásszint és a rezgésszint fogalmát értelmező (3.23) és (3.66) összefüggések szerinti matematikai műveleteket. Ezen túlmenően, a szélessávú zörejek frekvencia-összetevőinek méréshez szükséges sávszűrők tulajdonságait fogjuk ismertetni.

3.11.1. A hangnyomásszint mérése és elemzése

A mérés és az elemzés lényegét a 3.27. ábra segítségével ismertetjük.

Az 1 jelű kondenzátormikrofon a p hangnyomással analóg u elektromos feszültséget állít elő.

A 2 jelű erősítő az elektromos feszültséget a méréshez szükséges mértékben erősíti.

A 3 jelű sávszűrők az f_1 alsó és f_2 felső határfrekvenciával jellemezhető tartományban gyakorlatilag csillapítatlanul átengedik, az f_1 -nél kisebb-, illetve az f_2 -nél nagyobb frekvenciájú komponenseket pedig erősen csillapítják.

A 4 jelű effektív értéket képző egység elektromos egyenirányítás révén, a sávszűrők által átbocsátott és \tilde{p} -vel analóg \tilde{u} feszültséget állít elő a (3.68) összefüggésnek megfelelően:

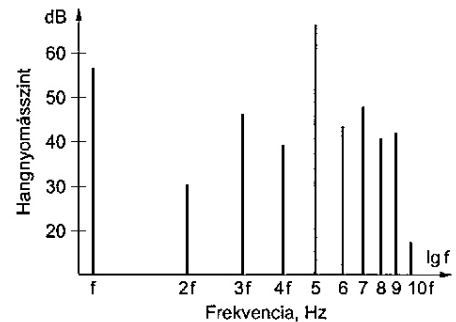
$$u_C \approx \tilde{u} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u^2(t) dt} \quad \text{V}, \quad (3.68)$$

ahol u_C egyenfeszültség V,
 u jelfeszültség V,
 τ integrálási és átlagolási idő (időállandó) s, amelyet a mért hang időtartamának-, illetve a vonatkozó szabvány előírásainak megfelelően lehet beállítani a műszer kezelőlapján.^{3.59)}

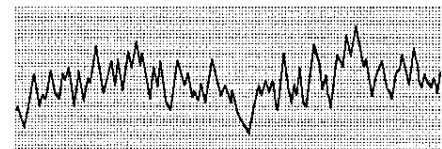
Az 5 jelű szintképző egység „elvégi” a (3.23) formulával analóg műveletet, decibelben kifejezhető feszültség szintet képez.



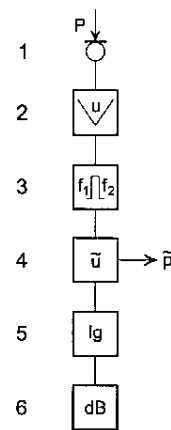
3.24. ábra
Egy hegedű hangjának oszcillogramja [46]



3.25. ábra
A 3.24. ábra szerinti oszcillogramhoz tartozó hangszínekép
 $f = 440$ Hz

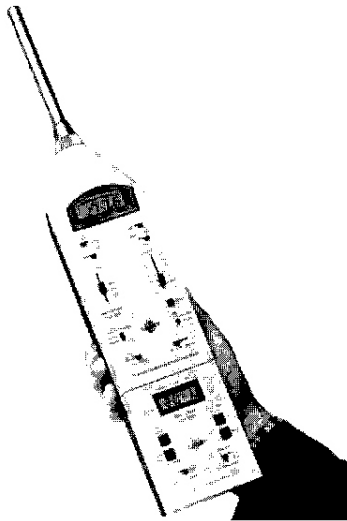


3.26. ábra
Egy autó motorjának oszcillogramja [46]



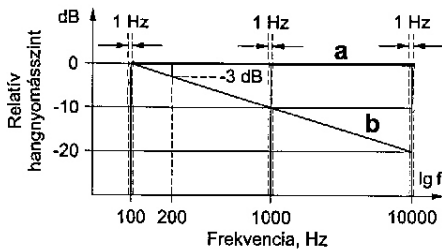
3.27. ábra
A hangnyomásszint mérésének és sávós elemzésének folyamatábrája

3.59) A hangnyomásszint időbeli változásától függően beállítható szabványos időállandók:
S (slow) lassan változó hangnyomásszintek mérése esetén, $\tau = 1000$ ms.
F (fast) gyorsan változó hangnyomásszintek mérése esetén, $\tau = 125$ ms.
I (impuls) impulzusos hangok (pl. fémlyukasztó gép által keltett hang) mérése esetén, $\tau = 35$ ms.



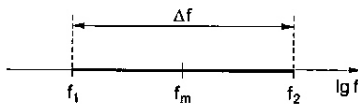
3.28. ábra

A Brüel & Kjær cég kézi hangnyomásszintmérője, tercszűrőkkel, oktávszűrőkkel és A-súlyozású szűrővel egybeépítve [47]



3.29. ábra

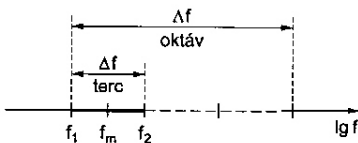
Fehérszörej (a) és rózsaszörej (b) energiasűrűség-színképe 1 Hz állandó sávzélességű szűrő alkalmazásával



3.30. ábra

Az oktávszűrő jellemzői

- Sávzélesség: $\Delta f = f_2 - f_1$
- A sáv középfrekvenciája: $f_m = \sqrt{f_1 f_2}$
- Alsó sávhatár: $f_1 = f_m / \sqrt{2}$
- Felső sávhatár: $f_2 = f_m \sqrt{2}$



3.31. ábra

A tercszűrő jellemzői

- Sávzélesség: $\Delta f = f_2 - f_1$
- A sáv középfrekvenciája: $f_m = \sqrt{f_1 f_2}$
- Alsó sávhatár: $f_1 = f_m / 1,26$
- Felső sávhatár: $f_2 = 1,26 f_m$

A 6 jelű mérőegység a mért hang hangnyomásszintjét jelzi decibelben. A korszerű műszereket már digitális kijelzővel látják el (3.28. ábra). A valóság-hű hangnyomásszint kijelzése céljából a mérést megelőzően ismert hangnyomásszintet gerjesztő hangforrást csatlakoztatnak szorosan a mikrofonhoz és a kijelzőt a gyártó által megadott hangnyomásszinthez (pl. 94 dB) állítják be.

A sávszűrőket – az alapvető fizikai tulajdonságok szempontjából – két csoportba sorolhatjuk.

Az állandó sávzélességű szűrők által csillapítatlanul átbocsátott legnagyobb (f_2) és legkisebb (f_1) frekvencia különbsége:

$$f_2 - f_1 = \text{állandó Hz}, \tag{3.69}$$

ennek megfelelően az ilyen szűrők fehérzörej mérése esetén sávonként ugyanannyi hangenergiát bocsátanak át. A hangok különböző frekvenciájú összetevőinek energiatartalmát az 1 Hz állandó sávzélességű szűrővel lehet valóság-hűen vizsgálni. Az ilyen szűrővel készített hangszinkép neve: energiasűrűség-szinkép (*Energiedichtespektrum*).

A hangszigetelési jellemzők mérése során – zörejgenerátorral (pl. *Brüel & Kjær Noise Generator Type 1405* [47]) előállítható – két zörejtípust alkalmaznak.

A *fehérszörej* (*weißes Rauschen, white noise*) energiasűrűség-színképe a frekvenciatengellyel párhuzamos egyenes (3.29. ábra, a jelű függvény).

A *rózsaszörej* (*rosa Rauschen, pink noise*) energiasűrűség-színképe a frekvencia növekedésével folytonosan csökknő függvény. A rózsaszörej fehér zörejből állítják elő.

Az állandó relatív sávzélességű szűrők által csillapítatlanul átbocsátott legnagyobb (f_2) és legkisebb (f_1) frekvencia hányadosa:

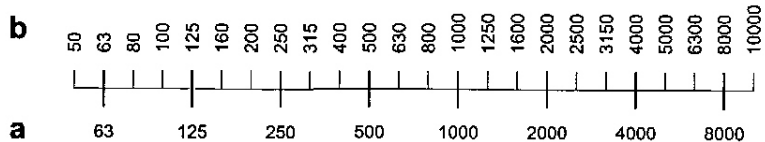
$$f_2 / f_1 = \text{állandó}. \tag{3.70}$$

A gyakorlatban két szűrőtípust alkalmazunk:

Oktávszűrő: $f_2 / f_1 = 2$. (3.71)

Terccszűrő: $f_2 / f_1 = 2^{1/3} \approx 1,26$. (3.72)

A terccszűrőt „harmadoktáv” szűrőnek is nevezik, mert a frekvenciatengelyen az oktávssáv hossza $\lg 2$ -vel-, a terccsáv hossza pedig $\lg 2$ harmadával arányos. Az oktávsszűrők és terccszűrők további jellemzőit a 3.30. és 3.31. ábrákon tüntettük fel. A szűrőkkel szemben támasztott műszaki követelményeket az *IEC (International Electrotechnical Commission) 225-1966* szabvány [48] rögzíti. A gyakorlatban használt oktávsszűrők és terccszűrők sávközép-frekvenciáit a 3.32. ábrán közöljük.



3.32. ábra

A gyakorlatban használt oktávsszűrők (a) és terccszűrők (b) szabványos sávközép-frekvenciái (névleges frekvenciák) [48]

Állandó relatív sávzélességű szűrők alkalmazása esetén vagy 8 oktávsszűrővel-, vagy – pontosabb eredmény igénye esetén – 24 terccszűrővel

a gyakorlatot kielégítő pontossággal tudjuk jellemezni a különféle hangjelenségek fizikai tulajdonságait. Az oktávszűrők és terciszűrők alkalmazásának másik indoka fizikai természetű. A hangok többségére jellemző, hogy az összetevők hangnyomásszintje a frekvenciával fordítottan arányos, hasonlóan a rózsazörejhez. A 3.33. ábrán feltüntettük a rózsazörejnek a 3.31. ábráról átmásolt energiasűrűség-színképét (*a* jelű görbe) és három oktávszűrővel mért oktávsváv szintjeit (*b* jelű sávok). Az ábra alapján a következőket állapíthatjuk meg.

A rózsazörej energiasűrűség-színképe 1 Hz állandó sáv szélességű szűrőkkel az alábbi relatív hangintenzitás-szintekkel jellemezhető:

- 100 Hz: 0 dB,
- 200 Hz: - 3 dB (3 dB/oktáv szintcsökkenés),
- 1000 Hz: -10 dB (10 dB/dekád szintcsökkenés),
- 10 000 Hz: -20 dB (20 dB/2 dekád szintcsökkenés).

A rózsazörej oktávszűrőkkel mért színképe a *b* jelű sávokkal azonos. A 100, 1000 és 10 000 Hz középfrekvenciájú oktávsvávokhoz tartozó relatív hangnyomásszintek a következő megfontolások szerint adódnak.

- A szűrők által átbocsátott hangenergia mennyisége arányos a szűrők Δf sáv szélességével (Δf értékeit a 3.33. ábrán feltüntettük).^{3.60)}
- Ha Δf sáv szélességű szűrővel mérjük a hangnyomásszintet, az 1 Hz sáv-szűrővel mért szint energetikai többszörözését valósítjuk meg, a többszörözött szintet pedig a (3.25) formulával analóg képlettel számíthatjuk:

$$L_{\text{oktáv}} = L_{1 \text{ Hz}} + 10 \lg \frac{\Delta f}{1 \text{ Hz}} \quad \text{dB}, \quad (3.73)$$

ahol $L_{\text{oktáv}}$ a keresett oktáv szint dB,

$L_{1 \text{ Hz}}$ 1 Hz állandó sáv szélességű szűrővel mért hangnyomásszint dB,
 Δf az oktávszűrő sáv szélessége Hz.

A fentiek alapján a rózsazörej 3.33. ábra szerinti oktáv szintjei a következők szerint adódnak:

$$\begin{aligned} L_{100} &= 0 + 10 \lg 71 = 18,5 \text{ dB}, \\ L_{1000} &= -10 + 10 \lg 710 = 18,5 \text{ dB}, \\ L_{10\,000} &= -20 + 10 \lg 7100 = 18,5 \text{ dB}. \end{aligned}$$

A fehérzörejből előállított rózsazörej energiasűrűség-színképéhez tartozó relatív hangnyomásszintek céltudatosan csökkennek dekádonként 10 decibelrel. Ily módon széles frekvenciatartományban ugyanolyan sáv szintek adódnak, bármilyen relatív sáv szélességű szűrőt alkalmazunk.

A sáv szűrők alkalmazásának szükségességét a 3.34. ábrával illusztrált példával indokoljuk.

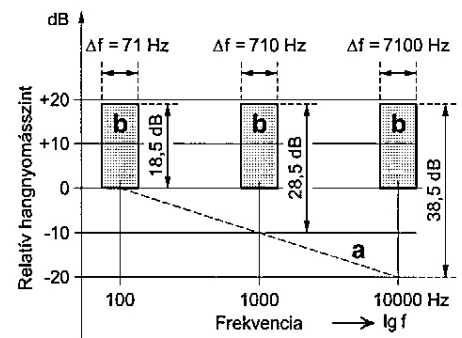
Oktáv szintek számítása terciszűrőkkel mért adatokból

Gyakran előfordul, hogy terciszűrőkkel mért hangnyomásszinteket oktáv szintekké kell átszámítani. A 3.31. ábra szerint egy oktávsváv 3 tercisávra van osztva. A gyakorlatban általában 8 oktáv szűrőt és 24 terciszűrőt használnak (lásd a 3.32. ábrát). Mivel az oktáv szűrő a hozzá tartozó 3 terciszűrő által átbocsátott hangenergiát összegezi, az átszámítást is a terciszintek energetikai összegezésével végezzük a (3.30) összefüggéshez hasonló (3.74) képlettel, vagy a 3.7. ábra szerinti összegező diagrammal.

$$L_{\text{oktáv}} = 10 \lg (10^{0,1 L_1} + 10^{0,1 L_2} + 10^{0,1 L_3}) \quad \text{dB}, \quad (3.74)$$

ahol L_1, L_2, L_3 az oktávsvávokhoz tartozó három tercisáv szint.

A 3.35. ábrán konkrét gyakorlati példát közlünk.



3.33. ábra
 Rózsazörej energiasűrűség-színképe (a)
 és 100, 1000, 10 000 Hz középfrekvenciájú
 oktáv szűrőkkel mért hangszínképe (b)

3.60)

$$\Delta f = f_m \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx f_m 0,71.$$

3.34. ábra

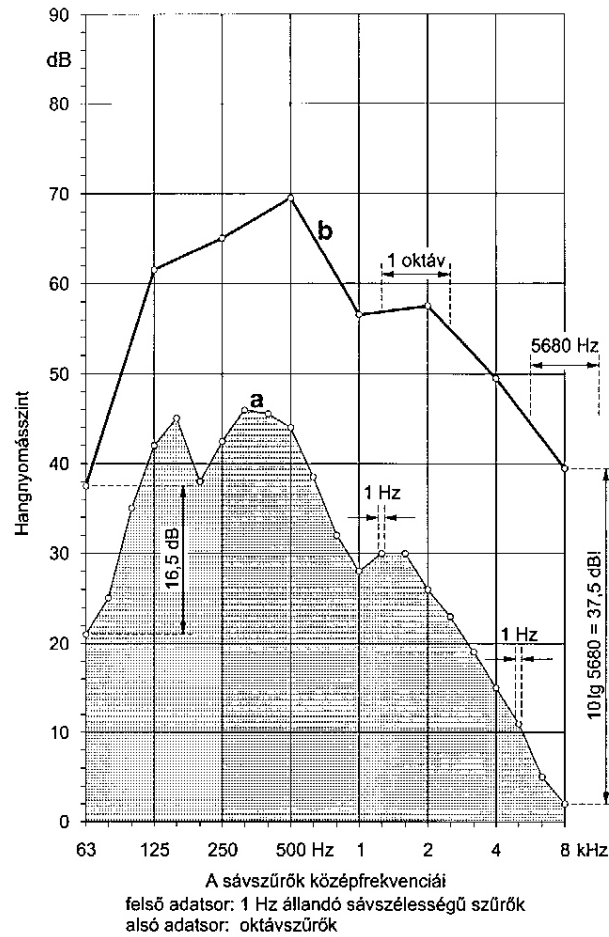
A beszéd hangszíneképei

- a Átlagos energiasűrűség-színkép Tarnóczy szerint [49], 1 Hz állandó sávzélességű szűrővel mérve
- b Az a jelű görbe adataiból a (3.73) képlettel számított oktávszínek

Megjegyzések:

A méréseket süket szobában végezték. A beszédzörej úgy keletkezett, hogy sok ember mondott egyszerre egészen más szöveget, így az együttes zörej homogén és időben állandó volt.

Az energiasűrűség-színképet csak akusztikai laboratóriumban lehet meghatározni (8000 Hz frekvencián 2 dB!). Az oktávszint bárhol mérhető (8000 Hz frekvencián 2 + 37,5 dB).



3.35. ábra

Egy ventilátor által keltett sáv-hangnyomásszintek [50/ Fig. 2.12.]

- a Tercszűrővel mért hangnyomásszintek
- b A tercszintekből a (3.74) képlettel számított oktávszínek

Átszámítási példák: A 125 Hz középfrekvenciájú oktávszűrőhöz tartozó 3 tercsávszint:

$$L_{100} = 70 \text{ dB}, L_{125} = 85 \text{ dB}, L_{160} = 66,5 \text{ dB}.$$

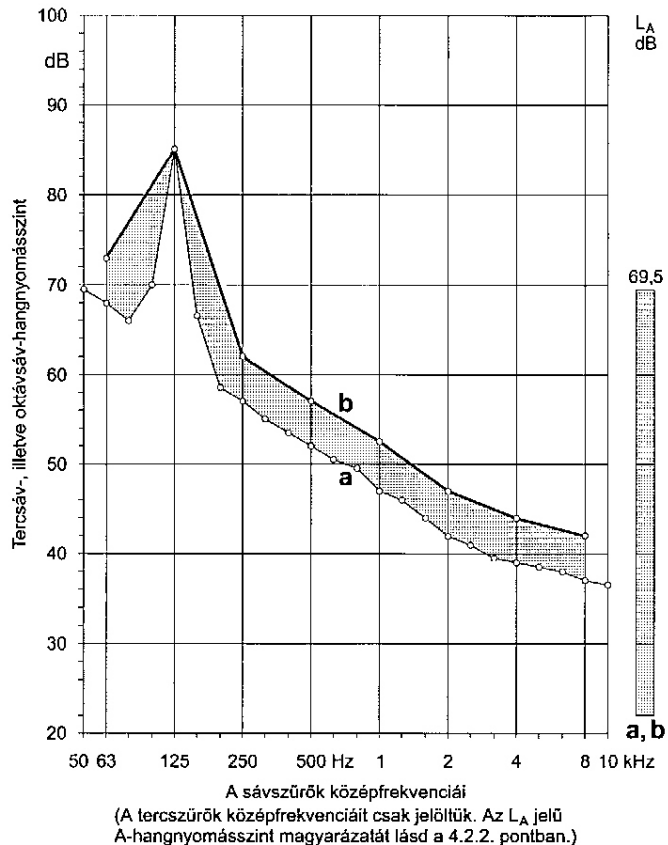
$$L_{\text{oktáv}} = 10 \lg (10^7 + 10^{8,5} + 10^{6,65}) \approx 85 \text{ dB}.$$

A 4000 Hz középfrekvenciájú oktávszűrőhöz tartozó 3 tercsávszint:

$$L_{3150} = 39,5 \text{ dB}, L_{4000} = 39 \text{ dB}, L_{5000} = 38,5 \text{ dB}.$$

$$L_{\text{oktáv}} = 10 \lg (10^{3,95} + 10^{3,9} + 10^{3,85}) \approx 44 \text{ dB}.$$

Tanulság: Ha az összegezendő szintek közül egy kiugróan nagy, az oktávszint azonos a legnagyobb tercszinttel (lásd az ábrán a 125 Hz-hez tartozó szinteket).



3.11.2. A rezgésszint mérése és elemzése

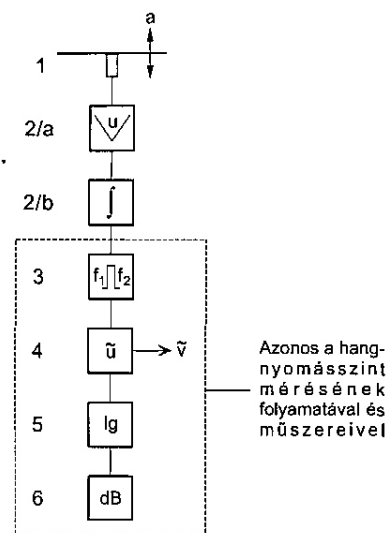
A hangszigetelés tárgykörében a testhangok erősségét a (3.66) összefüggéssel értelmezett rezgésszinttel jellemezzük. A mérés és elemzés folyamatát a 3.36. ábra segítségével ismertetjük.

Az 1 jelű piezoelektromos rezgésyorsulás-érzékelő – amelyet a rezgő szerkezet felületéhez kell rögzíteni – a rezgésyorsulással analóg u elektromos feszültséget állít elő.

A 2/a jelű erősítő az elektromos feszültséget a további műveletekhez szükséges mértékben erősíti.

A 2/b jelű integrátor a rezgésyorsulással analóg elektromos feszültséget a rezgéssebességgel arányos feszültséggé alakítja.

A 3, 4, 5 és 6 jelű műveletek azonosak a hangnyomás mérésével kapcsolatban a 3.11.1. pontban leírtakkal (azonosak a szükséges mérőeszközök is). Nyilvánvaló, hogy a 4 jelű, effektív értéket képező egység most a rezgéssebesség \tilde{v} effektív értékével analóg \tilde{u} feszültséget állít elő. A 6 jelű mérőegységet a gyártmányismertető szerint kell hitelesíteni.



3.36. ábra
A rezgésszint mérésének és sávós elemzésének folyamatábrája