MŰSZAKI FIZIKA I

Dr. Iványi Miklósné

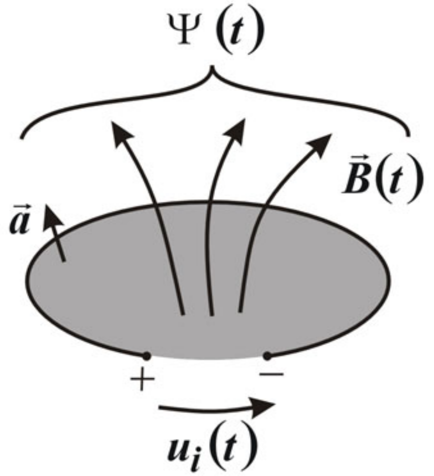
Professor Emeritus

3. Konferencia, Előadás

IV. Időben változó elektromágneses tér

1. Időben változó mágneses tér $\vec{B}(\vec{r},t)$

(a) Nyugalmi indukció

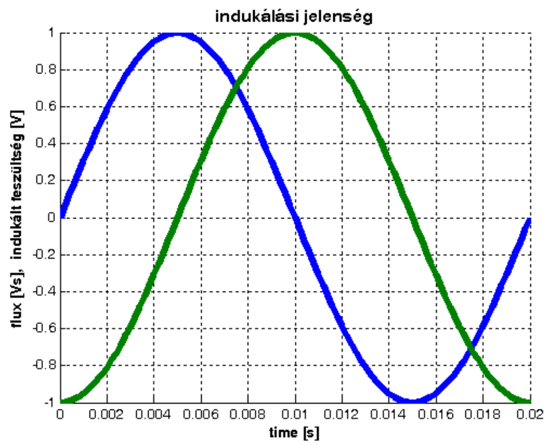


vezető hurok + időben változó mágneses tér =

= feszültség indukálódik, (megmérhető)

$$u_i = -\frac{d\Psi(t)}{dt}, \qquad \Psi(t) = \int_a \vec{B}(\vec{r},t)\cdot d\vec{a},$$

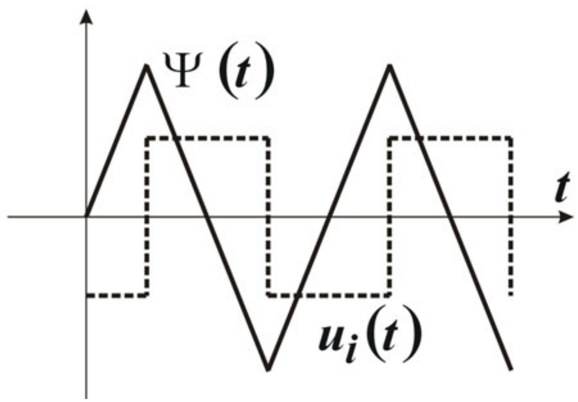
$$u_i = -\frac{d\Psi(t)}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_a \vec{B}\cdot d\vec{a} = -\int_a \frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{a}.$$



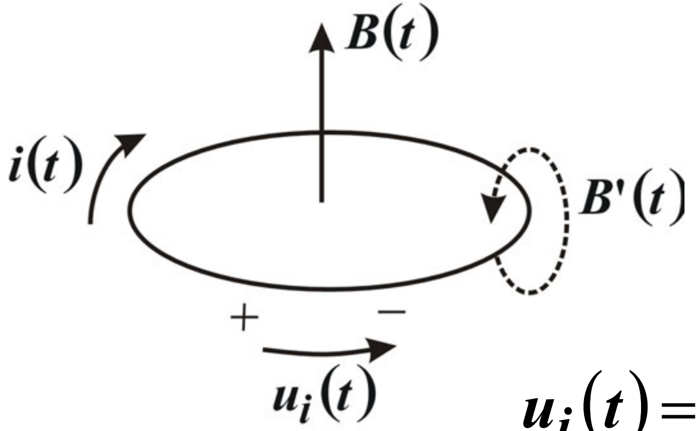
Ha $\Psi(t) = \Psi_0 \sin\omega t$

$$u_i = -\Psi_0\omega\cos\omega t$$
$$= -U_0\cos\omega t,$$

$$U_0 = \omega\Psi_0$$



<u>Lenz törvény,</u> **indukálási jelenség során zárt hurok esetén áram folyik, amely az őt létrehozó hatást csökkentő B' mágneses teret hoz létre**



ha a vezető ellenállása *R*

$$i(t) = \frac{u_i(t)}{R}$$

$$u_i(t) = i(t)R = \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Psi(t)}{dt} = -\int_a \frac{d\vec{B}}{dt}\,d\vec{a}$$

<u>Faraday indukció törvény</u>, általános alak

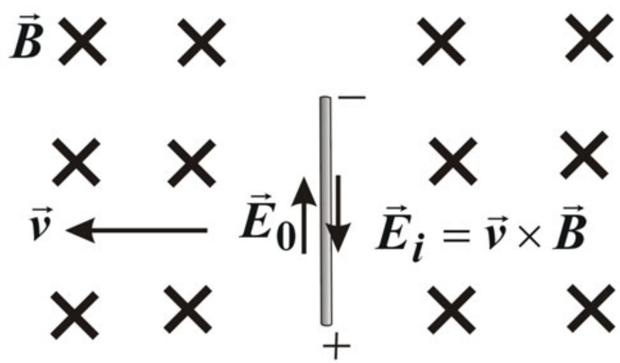
$$\boxed{\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Psi(t)}{dt} = -\int_a \frac{d\vec{B}}{dt}\,d\vec{a}}$$

(b) Mozgási indukció

Lorentz erő $\vec{F} = Q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) = Q\left(\vec{E} + \vec{E}_i\right)$

$\vec{E}_i = \vec{v} \times \vec{B}$ **töltést szétválasztó erő, indukált feszültség eredménye**

$$\boxed{u_i^m(t) = \int_l \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int_l \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}}$$ **mozgási indukálás**



a töltéseket szétválasztó tér: $\vec{E}_i$

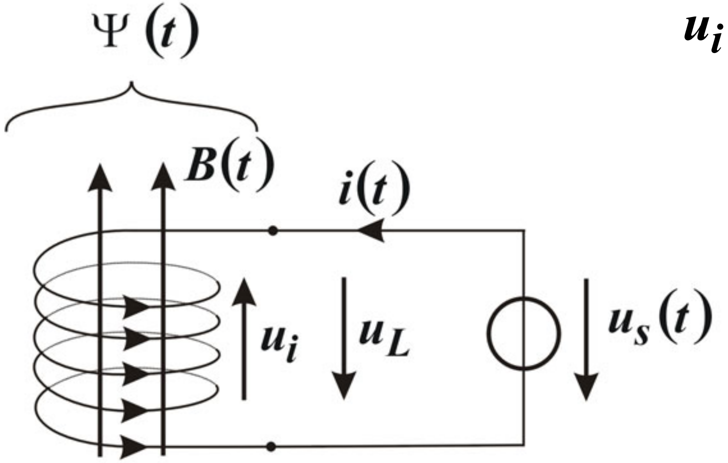
a szétválasztott töltések tere: $\vec{E}_0$

$$\vec{E}_i + \vec{E}_0 = 0$$

2. Időben változó áram mágneses tere

vezetőben folyó, időben változó áram ⟶ mágneses tér ⟶ indukált feszültség

Önindukció jelensége



$$u_i(t) = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}Li(t) = -L\frac{di(t)}{dt}$$

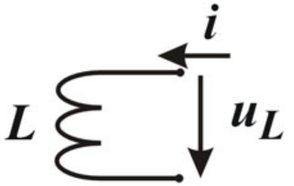
***L*-állandó**

$$\Psi(t) = \int_{-\infty}^{t} u_L(\tau)d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{t_0} u_L(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t} u_L(\tau)d\tau$$

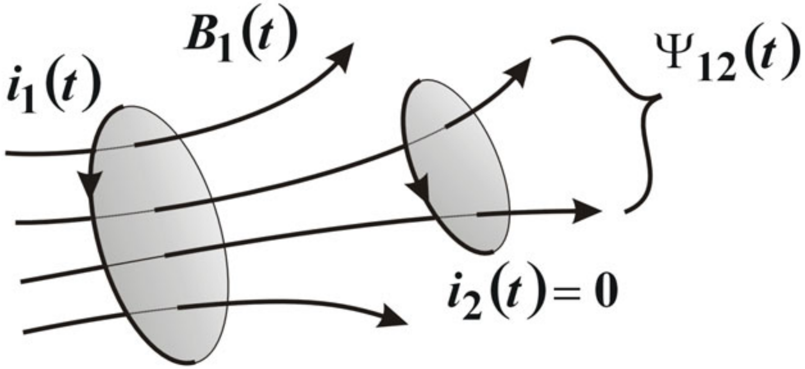
$$= \Psi(t_0) + \int_{t_0}^{t} u_L(\tau)d\tau$$

kezdeti feltétel



$$u_L(t) = \frac{d\Psi}{dt} = L\frac{di(t)}{dt}$$

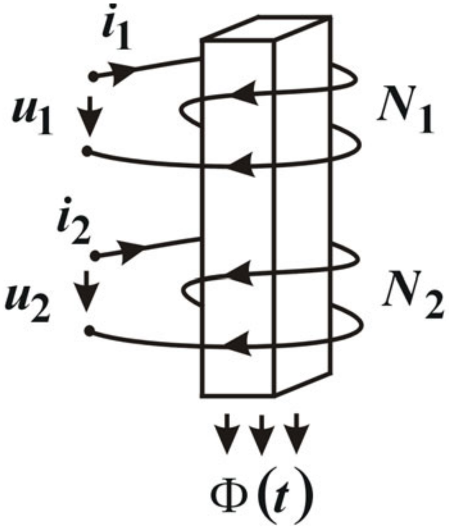
Kölcsönös indukció jelensége



$$u_2(t)=\frac{d}{dt}\Psi_{12}(t)=\frac{d}{dt}\left(L_{12}i_1\right)$$
$$=L_{12}\,\frac{di_1(t)}{dt}$$

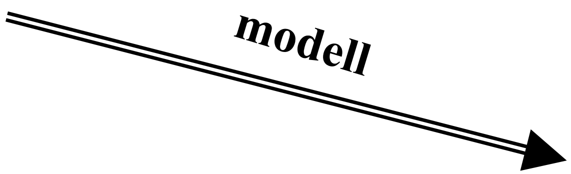
$$u_1=\frac{d}{dt}\Psi_1=L_1\,\frac{di_1}{dt}+L_{12}\,\frac{di_2}{dt}$$

$$u_2=\frac{d}{dt}\Psi_2=L_{21}\,\frac{di_1}{dt}+L_2\,\frac{di_2}{dt}$$

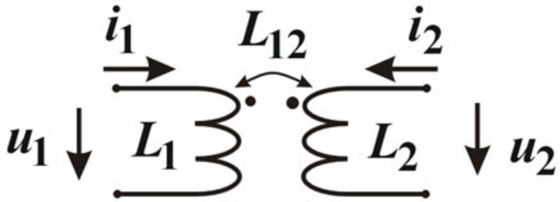


$$N_1\Phi=\Psi_1=L_1\,i_1+L_{12}\,i_2$$

$$N_2\Phi=\Psi_2=L_{21}\,i_1+L_2\,i_2$$

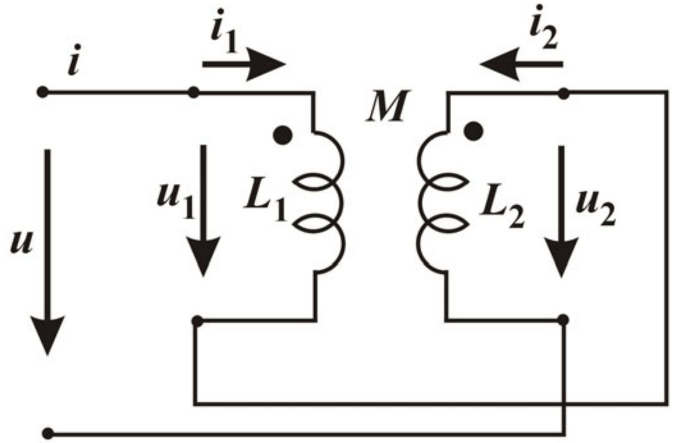


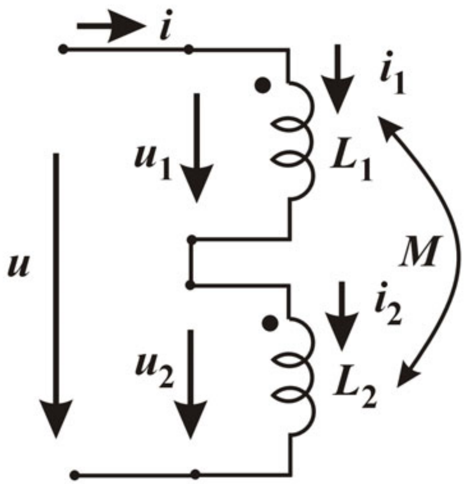
lineáris anyagra $\quad L_{12}=L_{21}$

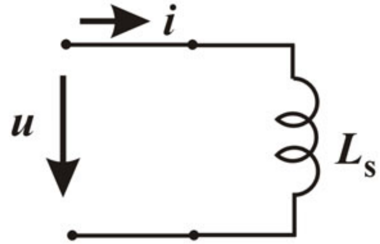


Csatolt tekercsek soros és párhuzamos kapcsolása

(a) Soros kapcsolás







$$u = L_s \frac{di}{dt}$$

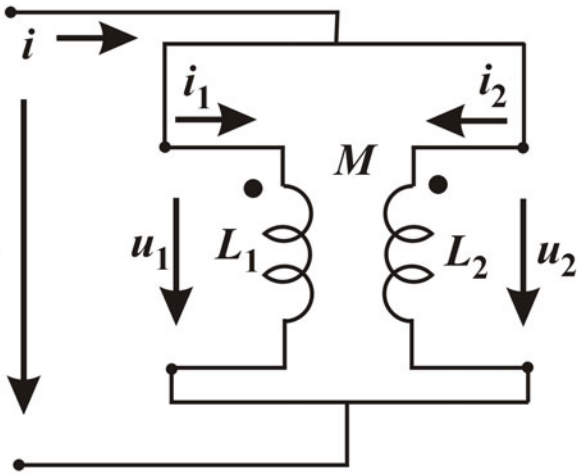
$$i = i_1 = i_2 \qquad u = u_1 + u_2$$

$$u = u_1 + u_2 = \left(L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \right) + \left(M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \right) = \left(L_1 + L_2 + 2M \right) \frac{di}{dt}$$

$$L_s = L_1 + L_2 + 2M$$

Csatolt tekercsek soros és párhuzamos kapcsolása

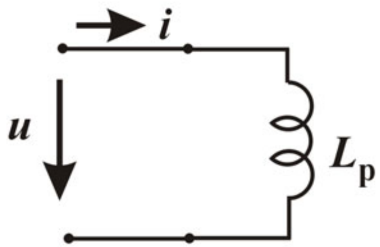
(b) Párhuzamos kapcsolás



$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \qquad \frac{di_1}{dt} = \frac{L_2 - M}{L_1 L_2 - M^2} u$$

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \qquad \frac{di_2}{dt} = \frac{L_1 - M}{L_1 L_2 - M^2} u$$

$$u = u_1 = u_2 \qquad i = i_1 + i_2$$

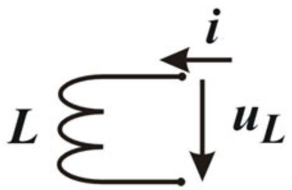


$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = \frac{L_1 + L_2 - 2M}{L_1 L_2 - M^2} u = \frac{1}{L_p} u$$

$$u = L_p \frac{di}{dt} \qquad L_p = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

3. Mágneses tér energiája

(i) L indukció együtthatójú tekercs energiája



$$u_L(t) = \frac{d\Psi}{dt} = L\frac{di(t)}{dt}$$

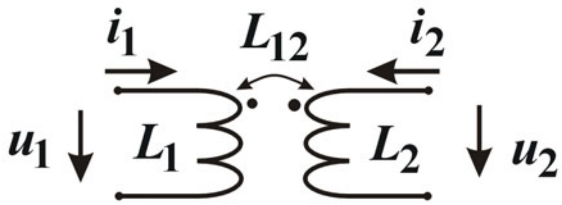
$$dW = u_L i\,dt = \frac{d\Psi}{dt} i\,dt = i\,d\Psi$$

$$W = \int_0^{\Psi_0} i\,d\Psi$$

$$W = \int_0^{\Psi_0} i\,d\Psi = \int_0^{I} i\,L di = \frac{1}{2}LI^2$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{\Psi^2}{L} = \frac{1}{2}\Psi I}$$

(ii) Csatolt tekercsek energiája



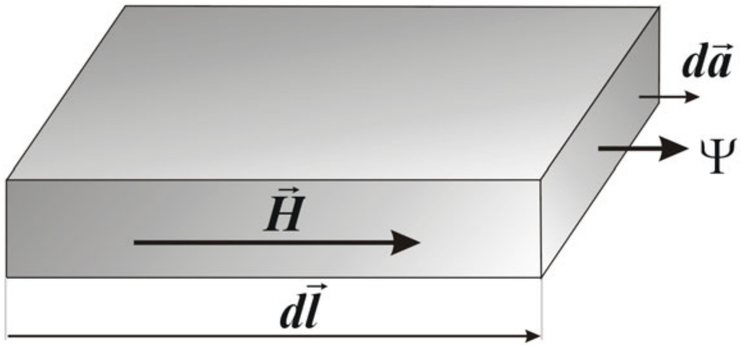
$$\Psi_1 = L_{11}I_1 + L_{12}I_2$$

$$\Psi_2 = L_{22}I_2 + L_{12}I_1$$

$$W = \frac{1}{2}\left(\Psi_1 I_1 + \Psi_2 I_2\right)$$

$$W = \frac{1}{2}L_{11}I_1^2 + L_{12}I_1 I_2 + \frac{1}{2}L_{22}I_2^2$$

(iii) A mágneses tér energiasűrűsége



$$dW = \frac{1}{2}\Psi\, I$$

$$I = \oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} \qquad \Psi = \int_a \vec{B}\cdot d\vec{a}$$

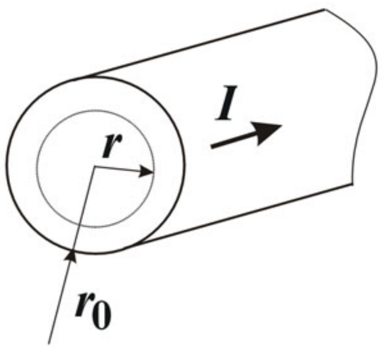
$$dW = \int_v \frac{1}{2}\vec{H}\vec{B}\, dv = \int_v w\, dv \qquad d\vec{a}\cdot d\vec{l} = dv$$

$$dW = \frac{1}{2} I\Psi = \frac{1}{2}\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}\int_a \vec{B}\cdot d\vec{a} = \frac{1}{2}\oint_l\int_a \vec{H}\vec{B}\, d\vec{a}\, d\vec{l}$$

a mágneses energiasűrűség

$$\boxed{w = \frac{dW}{dv} = \frac{1}{2}\vec{H}\vec{B}\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^3}\right]}$$

4. Belső indukció együttható számítása



$$w = \frac{1}{2}\vec{H}\vec{B} = \frac{1}{2}\left|\vec{H}\right|^2 \mu = \frac{1}{2}\frac{\left|\vec{B}\right|^2}{\mu}$$

$$W = \frac{1}{2}L_b I^2 = \int_v w\,dv = \int_v \frac{1}{2}\left|\vec{H}\right|^2 \mu\,dv$$

a vezető belsejében

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I$$

$$H\,2r\pi = \frac{I}{r_0^2\pi} r^2\pi \qquad H(r) = \frac{I}{2\pi r_0^2} r, \quad 0 < r < r_0$$

$$W = \frac{1}{2}\int_{r=0}^{r_0} \pi\left(\frac{I}{2\pi r_0^2} r\right)^2 2r\pi\, l\,dr = \frac{1}{2}\frac{I^2 l}{2\pi r_0^4}\mu\frac{r_0^4}{4} = \frac{1}{2}L_b I^2$$

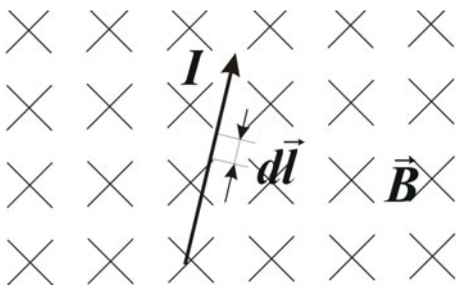
$$dv = 2r\pi\, l\,dr$$

maple

$$\boxed{L_b = \frac{\mu l}{8\pi}}$$

5. Mágneses erőhatás

(i) I áramú vezető mágneses térben

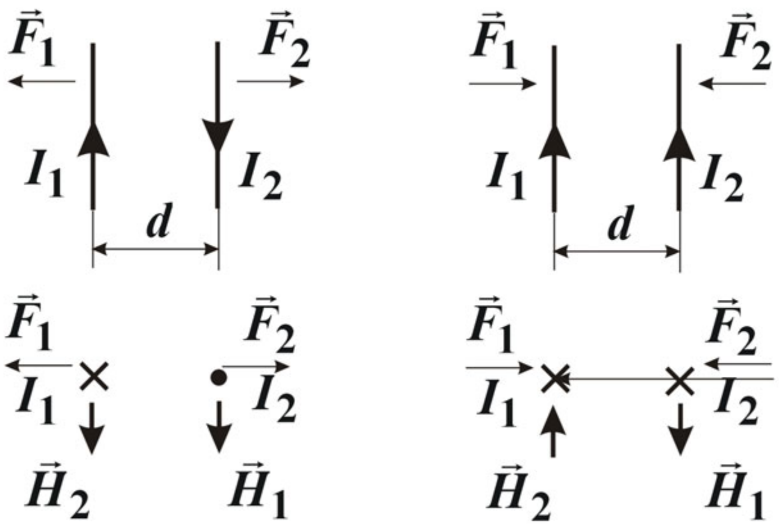


A Lorentz erőtörvény felhasználásával
a mágneses térbe helyezett
elemi vezetődarabra ható erő

$$d\vec{F} = dQ\,\vec{v} \times \vec{B} = dQ\frac{d\vec{l}}{dt} \times B = \frac{dQ}{dt} d\vec{l} \times B = I\, d\vec{l} \times B$$

a vezetőre ható erő $\boxed{\vec{F} = I\,\vec{l} \times B}$

(ii) Következménye, párhuzamos áramvezetők között erőhatás lép fel



két párhuzamos, ellentétes áramirányú
vezetők között taszítóerő lép fel

két párhuzamos, azonos áramirányú
vezetők között vonzóerő lép fel

(iii) Mágneses erőhatás és a virtuális munka elve

$$dW_{gen} = dW_{belső} + \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$dW_{gen} = \sum_k I_k d\Psi_k$$

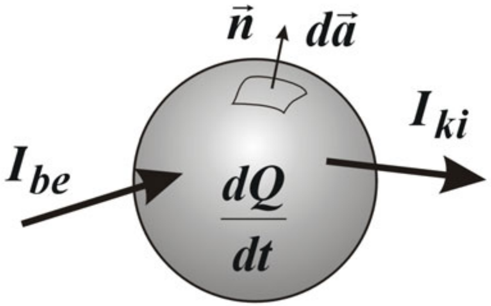
$$dW_{belső} = \sum_k \Psi_k dI_k$$

$$F_s = -\frac{dW_{belső}}{ds}, \quad \Psi_k = \textbf{állandó}, \quad k = 1,2,\cdots,n$$

$$F_s = \frac{dW_{gen}}{ds}, \quad I_k = \textbf{állandó}, \quad k = 1,2,\cdots,n$$

6. Időben változó elektromos tér

(i) Folytonossági egyenlet



$$I_{be} - I_{ki} = \frac{dQ}{dt}$$

$$I_{be} - I_{ki} = -\oint_a \vec{J}(\vec{r},t)\cdot d\vec{a}$$

$$Q = \int_v \rho(\vec{r},t)\,dv$$

$$-\oint_a \vec{J}(\vec{r},t)\cdot d\vec{a} = \frac{d}{dt}\int_v \rho(\vec{r},t)\,dv = \int_v \frac{d\rho(\vec{r},t)}{dt}dv$$

$$\boxed{\oint_{a \longrightarrow v} \vec{J}(\vec{r},t)\cdot d\vec{a} + \int_v \frac{d\rho(\vec{r},t)}{dt}dv = 0}$$

(ii) Általánosított gerjesztési törvény

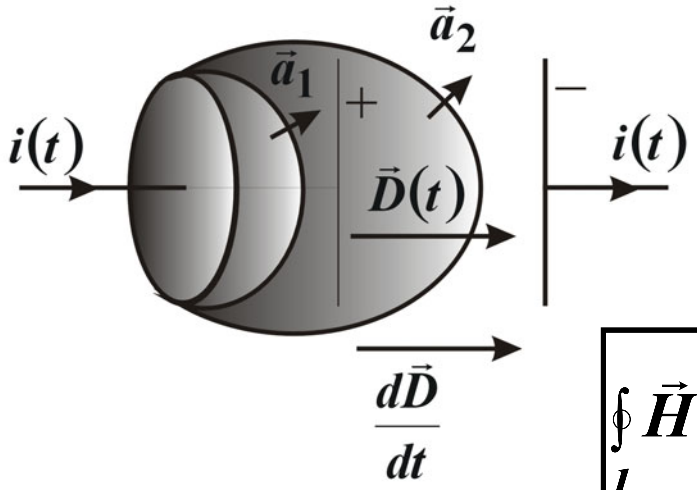
Ellentmondás **Gerjesztési törvény:** $\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_a \vec{J}\cdot d\vec{a}$

Folytonossági egyenlet: $\oint_a \vec{J}\cdot d\vec{a} + \underbrace{\frac{d}{dt}\int_v \rho dv}\; = 0$

Elektrosztatika Gauss tétele $\int_v \rho\, dv = \oint_a \vec{D}\cdot d\vec{a}$

$$\frac{d}{dt}\int_v \rho\, dv = \frac{d}{dt}\oint_a \vec{D}\cdot d\vec{a} = \oint_a \frac{d\vec{D}}{dt}\cdot d\vec{a}$$

Síkkondenzátor



$$\oint_a \underbrace{\left(\vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt}\right)}_{\vec{J}_t}\cdot d\vec{a} = 0$$

vezetési áram **eltolási áram**

$$\boxed{\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_a \left(\vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt}\right)\cdot d\vec{a}}$$

gerjesztési törvény általános alakja

7. Elektromágneses tér alapaxiómái, Maxwell egyenletek

Folytonossági egyenlet:

$$\boxed{\oint_a \vec{J}\cdot d\vec{a} + \frac{d}{dt}\int_v \rho dv = 0}$$

I. Gerjesztési törvény

$$\boxed{\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_a \left(\vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right)\cdot d\vec{a}}$$

II. Faraday indukció törvény:

$$\boxed{\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_a \frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{a}}$$

III. Nincsenek mágneses töltések:

$$\boxed{\oint_a \vec{B}\cdot d\vec{a} = 0}$$

IV. Elektrosztatika Gauss tétele:

$$\boxed{\int_v \rho\, dv = \oint_a \vec{D}\cdot d\vec{a}}$$

V. Anyag paraméterek:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon\,\vec{E}, \qquad \vec{B} = \mu\,\vec{H}, \qquad \vec{J} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}_i\right)}$$

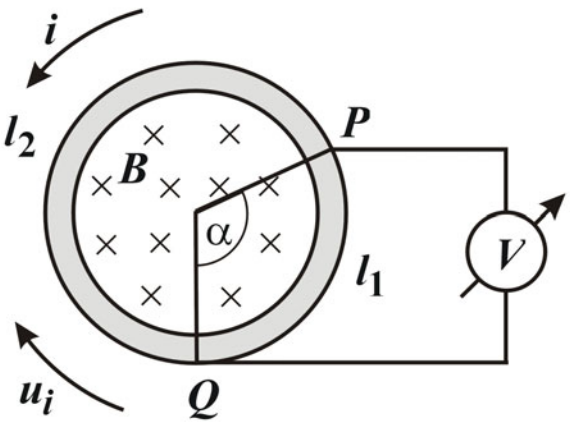
V. Az elektromágneses tér energiája:

$$\boxed{w = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} + \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}} \qquad W = \int_v w\, dv$$

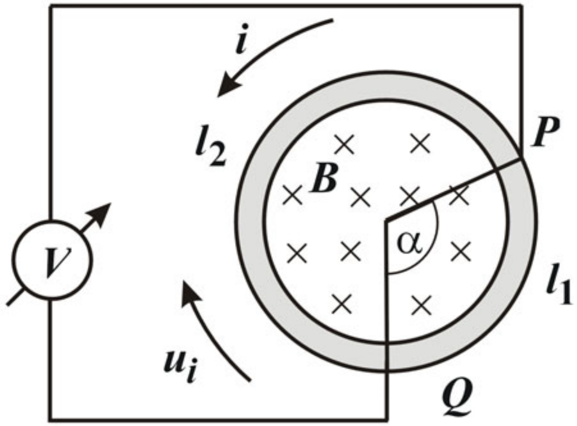
Feladatok

1. Feladat, ***R*** **ellenállású gyűrű alakú vezető időben változó, térben egyenletes eloszlású Ψ fluxust vesz körül. Mekkora feszültséget mérünk a vezető P-Q pontja között, ha a voltmérőt az (a) és ha a (b) ábra szerint kötjük be.**

(a)



(b)



Megoldás,

(a)

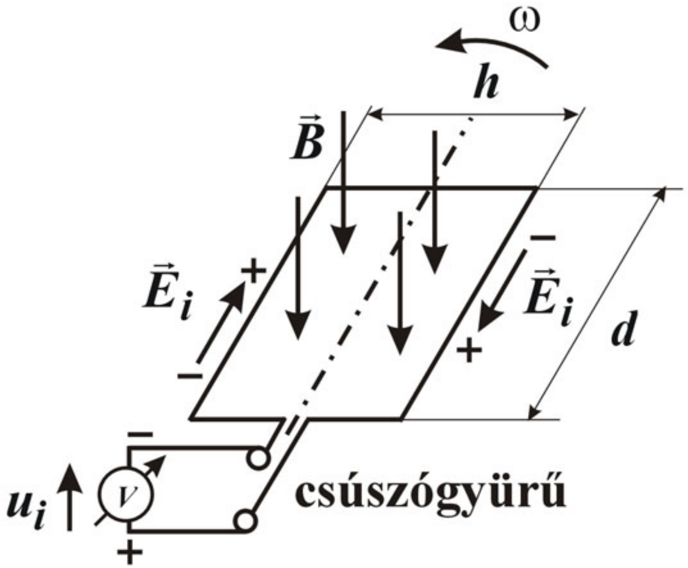
$$u_i = -\frac{d\Psi}{dt} \qquad i = \frac{u_i}{R}$$

$$R_1 = \frac{\alpha}{2\pi} R \qquad u_a = R_1 i = \frac{\alpha}{2\pi} u_i$$

(b)

$$u_b = \left(R - R\frac{\alpha}{2\pi} \right) i = \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi} \right) u_i .$$

<u>2. Feladat,</u> **Az ábrán látható keret homogén és időben állandó *B* indukciójú mágneses térben ω szögsebességgel forog. Határozzuk meg a keretben indukálódó feszültséget, ha a keret hossza *d*, szélessége *h*.**



<u>a) megoldás</u>, A keret fluxusa, miközben $\alpha = \omega t$ szöget fordul el

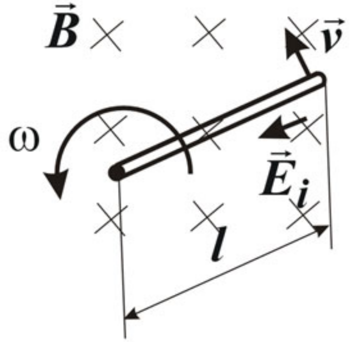
$$\Phi = Bhd\cos\alpha = Bhd\cos\omega t$$

$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bhd\frac{d}{dt}\cos\omega t = Bhd\omega\sin\omega t$$

<u>b) megoldás</u>, A d hosszúságú oldal sebessége v=ωh/2, az indukált feszültség

$$u_i = 2\int_0^d \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)d\vec{l} = 2d\frac{h}{2}\omega B\sin\alpha = dh\omega B\sin\omega t$$

3. **<u>Feladat,</u>** **Az *l* hosszúságú rúd homogén mágneses térre merőlegesen az egyik vége körül ω szögsebességgel forog. Határozza meg mekkora feszültség indukálódik a rúd két végpontja között.**



<u>Megoldás</u>

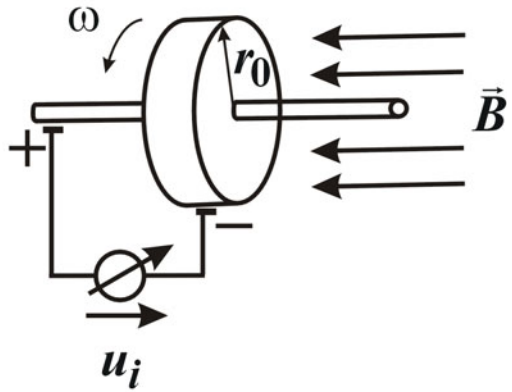
$$E_i = \vec{v} \times \vec{B} = vB = r\omega B$$

$$\vec{v} \perp \vec{B}$$

$$u_i = \omega B \int_0^l r\,dr = \omega B \frac{l^2}{2}$$

4. **<u>Feladat,</u>** **Homogén mágneses térre merőlegesen elhelyezett r_0 sugarú fémtárcsa a tengelye körül ω szögsebességgel forog. Határozza meg mekkora feszültség indukálódik a tárcsa pereme és tengelye között, ha B=1 Vs/m², r0=0,5 m, n=3000 fordulat/perc.**

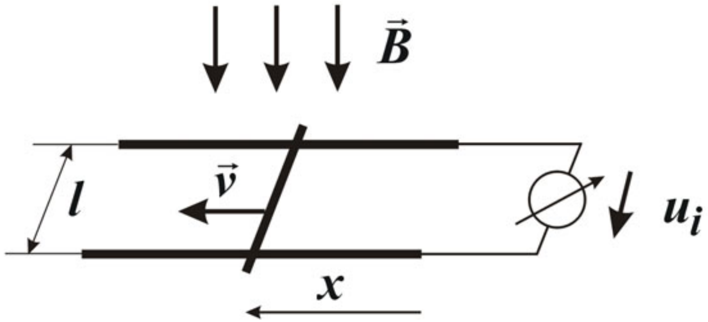
<u>Megoldás,</u> **A tárcsa küllőkől áll (végtelen sok küllő)**



$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 100\pi \frac{rad}{s}$$

$$u_i = \omega B \frac{r_0^2}{2} = 100\pi \frac{0,25}{2} = 37,7\text{V}$$

5. <u>Feladat,</u> Mekkora feszültség indukálódik az ábrán látható vezetőkből álló elrendezésben, ha a a vezetők síkjára merőleges mágneses indukció $B=B_0 \sin \omega t$ szerint változik és az *l* hosszúságú vezetékdarab a két vezetővel párhuzamos *v* sebességgel mozog.



<u>a) megoldás,</u> Az *x* helyen lévő vezető által körülzárt fluxus $\Psi = lxB_0 \sin \omega t$

Az időben változó fluxus által indukált feszültség

$$u_i' = -\frac{d\Psi}{dt} = -lx\omega B_0 \cos \omega t \swarrow$$

Az *l* vezető *v* sebességgel mozog, így az általa indukált feszültség

$$u_i'' = vBl = lvB_0 \sin \omega t \nearrow$$

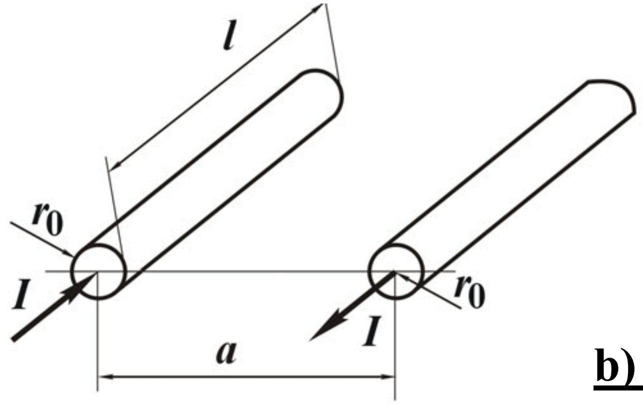
Az indukált feszültség $u_i = u_i' - u_i'' = -B_0 l(v \sin \omega t + x\omega \cos \omega t)$, **minthogy** $x = vt$,

$$u_i = -B_0 lv(\sin \omega t + \omega t \cos \omega t).$$

<u>b) megoldás,</u> Hasonló eredményt kapunk, ha a vezető keresztmetszete által bezárt fluxust idő szerinti deriváltjából $\Psi = l\, vt\, B_0 \sin \omega t = B(t)a(t)$

$$u_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}B(t)a(t) = -a(t)\frac{dB(t)}{dt} - B(t)\frac{da(t)}{dt} = -B_0 lv(\omega t \cos \omega t + \sin \omega t)$$

<u>6. Feladat,</u> **Két párhuzamos, kör keresztmetszetű, végtelen hosszúnak tekinthető vezeték egymástól távolságra helyezkedik el. A vezetékben folyó áramok egyenlő nagyságúak és ellenkező irányúak. Határozzuk meg az egyik vezető hosszúságú szakaszára ható erőt.**



<u>a) Megoldás,</u> $$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{I}{2\pi\, a} \qquad F = \mu_0 \frac{I^2 l}{2\pi\, a}$$

<u>b) Megoldás,</u> $$F_s = \frac{dW}{ds} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{ds}$$

$$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{a}{r_0} \qquad F_a = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{da} = \frac{\mu_0 l I^2}{2\pi} \frac{1}{a}$$

<u>taszító erő</u>

<u>c) Megoldás,</u> sugárirányú erő

$$F_r = \frac{dW}{dr_0} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dr_0} = -\frac{\mu_0 l I^2}{2\pi} \frac{1}{r_0}$$

<u>összehúzó erő</u>

Ellenőrző kérdések

1. Ismertesse a Faraday indukció törvényt,
2. Foglalja össze a mozgási indukció jelenségét,
3. Ismertesse az általánosított gerjesztési törvényt,
4. Foglalja össze az elektromágneses tér alapaxiómáit,
5. Foglalja össze a mágneses tér energiájára és a mágneses térben fellépő erőhatásokra vonatkozó összefüggéseket.

Irodalom

- Iványi Miklósné, Fizika – I, Villamosságtan, (Jegyzet) 2006, http://e-oktat.pmmk.pte.hu
- Alvin Hudson, Rex Nelson: Útban a modern fizikához, LSI Oktatóközpont, Budapest, 1994, ISBN 963 577 197 5
- Hevesi Imre, Elektromosságtan, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1998.
- Fodor György, Elméleti elektrotechnika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1970.

MŰSZAKI FIZIKA I

Dr. Iványi Miklósné

Professor Emeritus

3. Konferencia, gyakorlat

Gy.3.1. Gyakorlat feladatai

A gyakorlat célja: Időben változó mágneses tér, indukálási jelenség.

[1] Határozza meg mekkora feszültség indukálódik az $l = 80\text{cm}$ hosszú egyenes vezetőben, ha a homogén eloszlású $B = 1{,}2\text{T}$ állandó indukciójú mágneses térre merőleges síkban $v = 1{,}4\text{m/s}$ sebességgel mozog.

$U_i = vBl = 1{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8 = 1{,}3440\,\text{V}$,

[2] Mekkora az $ab = 15 \cdot 20\,\text{cm}^2$ keresztmetszetű vezető hurok fluxusa, ha az egyenletes eloszlású $B = 1{,}2\sin 100t$, T indukciót fogja körül.

$\Psi = Bab = 1{,}2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \sin 100t = 0{,}0360 \sin 100\text{t Vs} = 36 \sin 100\text{t mVs}$,

[3] Mekkora a fluxusa annak az $r = 12\text{cm}$ sugarú vezető huroknak amely egyenletes eloszlású $B = 1{,}2\cos 200t$ T mágneses indukciót vesz körül.

$\Psi = Ba = Br^2\pi = 1{,}2 \cdot 0{,}12^2 \pi \cos 200t = 0{,}0543 \cos 200t\ \text{Vs} = 54{,}3 \cos 200t\ \text{mVs}$,

[4] Határozza meg mekkora $\Psi(t)$ fluxust hoz létre az $L = 2\,\text{mH}$ indukció együtthatójú tekercsen az $i(t) = 3\sin(150t)\,\text{A}$ nagyságú áram.

$$\Psi(t) = L \cdot i(t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3\sin 150t = 6 \cdot 10^{-3} \sin 150t \text{ Vs} = 6\sin 150t \text{ mVs},$$

[5] Határozza meg mekkora az $a \times b = 12 \times 15\text{cm}^2$ felület fluxusa, ha a mágneses indukció vektor felületre merőleges komponense $B_n = 1{,}5\cos(200t)\,\text{T}$.

$$\Psi(t) = a \cdot b \cdot B_n = 0{,}12 \cdot 0{,}15 \cdot 1{,}5\cos 200t = 0{,}0270\cos 200t \text{ V} = 27{,}0\cos 200t \text{ mV},$$

[6] Két tekercs kölcsönös indukció együtthatója $L_{12} = 3\,\mu\text{H}$. Határozza meg mekkora $\Psi_2(t)$ fluxust gerjeszt a 2. tekercsben az 1. tekercs $i_1(t) = 3\sin(240t)\,\text{A}$ árama.

$$\Psi_2(t) = L_{12} \cdot i_1(t) = 3 \cdot 10^{-3} 3\sin 240t = 9 \cdot 10^{-3} \sin 240t \text{ Vs} = 9\sin 240t \text{ mVs},$$

Gy.3.2. További gyakorló feladatok

[1] Mekkora energiát tárol az $L_1 = 2\,\mathrm{mH}$, $L_2 = 6\,\mathrm{mH}$, $L_{12} = 15\,\mathrm{mH}$ ön-, és kölcsönös indukció együtthatóval rendelkező csatolt tekercs amelyet $I_1 = 12\,\mathrm{A}$, $I_2 = 8\,\mathrm{A}$ árammal táplálunk.

[2] Mekkora árammal tápláltuk azt az $L = 8{,}6\,\mathrm{mH}$ önindukció együtthatójú tekercset, amely $W = 12\,\mathrm{mW}$ mágneses energiát tárol.

[3] Mekkora mágneses energiát tárol az a $\mu_r = 12\,000$ mágneses permeabilitású anyag egységnyi térfogata, ha benne $B = 1{,}8\,\mathrm{T}$ mágneses indukció van jelen.

[4] Mekkora a mágneses fluxusa annak az $L = 5\,\mathrm{mH}$ önindukció együtthatójú tekercsnek, amely $W = 38\,\mathrm{mW}$ mágneses energiát tárol.

[5] Mekkora erővel hat az $I = 12\,\mathrm{A}$ áramú egyenes vezető $l = 32\,\mathrm{cm}$ hosszú szakaszára a vezetőre merőleges $B = 1{,}4\,\mathrm{T}$ indukciójú mágneses tér.

[6] Egy toroid alakú, $\mu_r = 12500$ relatív permeabiltású vasmag közepes hossza $l = 32\,\mathrm{cm}$, keresztmetszete $a = 2{,}6\,\mathrm{cm}^2$. Határozza meg, mekkora az indukció együtthatója a vasmagon elhelyezett $N = 820$ menetszámú tekercsnek.

[7] Határozza meg mekkora a levegőben elhelyezett $I = 6{,}2\,\mathrm{A}$ áramú egyenes vezetőre merőleges mágneses tér térerőssége, ha az egyenes vezető $l = 12\,\mathrm{cm}$ hosszú szakaszára $F = 0{,}016\,\mathrm{N}$ erő hat.

[8] Határozza meg mekkora erő hat az $I = 8{,}2\,\mathrm{A}$ áramú, egymással párhuzamos és azonos áramirányú két egyenes vezető $l = 53\,\mathrm{cm}$ hosszúságú szakaszára, ha a vezetők távolsága $d = 24\,\mathrm{cm}$.

[9] Határozza az erőhatást a fenti feladatban, ha a két vezetőben az áramok ellentétes irányúak.

Gyakorló feladatok megoldása

[1] Minthogy a tekercsrendszer energiája $W = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} L_{kl} I_k I_l$, a jelen esetben a csatolt tekercs energiája

$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + L_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 = 1776\,\mathrm{mW} = 1{,}776\,\mathrm{W}$.

[2] Minthogy a tekercs energiája $W = \frac{1}{2} L I^2$, ahonnan $I = \sqrt{\frac{2W}{L}} = 1{,}6705\,\mathrm{A}$.

[3] Az egységnyi térfogatban az energiasűrűség $w = \frac{1}{2} BH = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} = 107{,}4296\,\mathrm{Ws/m^3}$.

[4] A tekercs energiája $W = \frac{1}{2} L I^2$, ahonnan a tekercs árama meghatározható $I = \sqrt{\frac{2W}{L}}$, így a tekercs fluxusa

$\Psi = LI = L\sqrt{\frac{2W}{L}} = \sqrt{2WL} = 0{,}0195\,\mathrm{Vs}$.

[5] Minthogy a mágneses indukció merőleges a vezetőre, így a vektori szorzatból $F = IlB = 5{,}3760\ \mathrm{N}$.

[6] Minthogy $L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N}{I} aB = \frac{N}{I} a\mu_0\mu_r \frac{NI}{l} = \mu_0\mu_r \frac{N^2}{l} a = 858{,}1653\,\mathrm{H}$.

[7] Minthogy $F = IlB$, a mágneses térerősség $H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{F}{\mu_0 Il} = 1{,}7113 \cdot 10^4\ \mathrm{A/m}$.

[8] Minthogy a párhuzamos vezetők egyikének a helyén a másik áramvezető mágneses tere merőleges a vezetőben folyó áramra, így $F = Il\mu_0 \frac{I}{2\pi d} = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi d} l = 2{,}9698 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N} = 29{,}698\,\mathrm{mN}$ vonzóerő lép fel.

[9] Amennyiben az egyik vezetőben az áramirány megfordul a vonzóerőből ugyanekkora taszítóerő lép fel.