Gyakorló feladatok

Tömegpont kinematikája

2.3.1. Feladat

Egy részecske helyzetének időfüggését az $x(t) = 3t^3$ [m], t[s] pályagörbe írja le, amint a $t = 0$ időpillanatban az origóból indulva a pozitív x-tengely mentén mozog. Határozza meg a részecske $v(t)$ sebességének és $a(t)$ gyorsulásának időbeli változását.

Megoldás

A pályasebesség a pályagörbe idő szerinti deriváltja, $v(t) = d(3t^3)/dt = 9t^2$ [m/s], a gyorsulás a pályasebesség idő szerinti deriváltja, azaz $a(t) = d(9t^2)/dt = 18t$ [m/s^2] .

2.3.2. Feladat

Egy felfelé dobott labda helyzetét a $z = 7t - 5t^2$ pályagörbe írja le, ahol a távolság méterben, az idő másodpercben adott. Határozza meg a labda v sebességét és a gyorsulását a $t = 0$, valamint a $t = 1{,}26$ s időpillanatokban.

Megoldás

Figyelembe véve a mozgásegyenlet általános alakját $z = z_0 + v_0 t + at^2/2$ és összehasonlítva a megadott mozgásegyenlettel, a labda a $z_0 = 0$ pozícióból indul, kezdősebessége $v_0 = 7\ \mathrm{m/s}$, gyorsulása $a = -10\ \mathrm{m/s^2}$, lefelé mutató. Sebessége a $t = 1{,}26\ \mathrm{s}$ időpillanatban pedig az $v = v_0 + at$ összefüggés felhasználásával $v = 7 - 10 \cdot 1{,}26 = -5{,}6\ \mathrm{m/s}$ szintén lefelé mutató lesz.

2.3.3. Feladat

Egy tömegpont függőleges helyzetét a $z = 3 + 9t - 25t^2$ pályagörbe írja le, ahol a távolság méterben, az idő másodpercben adott. Határozza meg a tömegpont v sebességét és a gyorsulását a $t = 0$, valamint a $t = 2{,}12\ \mathrm{s}$ időpillanatokban.

Megoldás

Az előző feladat megoldása alapján a tömegpont $z_0 = 3\ \mathrm{m}$ pozícióból indul, $v_0 = 9\ \mathrm{m/s}$ felfelé irányuló kezdősebességgel és $a = -50\ \mathrm{m/s^2}$ lefelé mutató gyorsulással. A $t = 2{,}12\ \mathrm{s}$ időpillanatban a tömegpont sebessége $v = v_0 + at = -97\ \mathrm{m/s}$ lefelé mutató lesz, miközben $z = 3 + 9 \cdot 2{,}12 - 25 \cdot 2{,}12^2 = -90{,}28\ \mathrm{m}$ mélyre süllyed.

2.3.4. Feladat

Vizsgálja meg, hogy változhat-e egy tömegpont sebessége úgy, hogy a sebesség nagysága állandó marad.

Megoldás

Minthogy a sebesség vektor mennyiség, azaz iránya és nagysága van, így ha a sebesség nagysága nem változik, akkor a sebesség irányváltozásából származik a sebesség megváltozása.

2.3.5. Feladat

Milyen mozgást végez az a teherautó, amely gyorsul, de sebességének nagysága se nem nő, se nem csökken.

Megoldás

Az előző feladat alapján, minthogy a sebesség vektor mennyiség, azaz iránya és nagysága van, így ha a sebesség nagysága nem változik, akkor a sebesség irányváltozásából származik a gyorsulás, amely szintén vektor mennyiség. Tehát a válasz, minthogy a sebességváltozás állandó, a jármű körmozgást végez.

2.3.6. Feladat

Egy $15\,\mathrm{m}$ magas torony tetejéről $3{,}2\,\mathrm{kg}$ tömegű tömegpontot kezdősebesség nélkül elengednek. Határozza meg, mennyi idő múlva és mekkora sebességgel érkezik meg a tömegpont a torony tövébe.

Megoldás

A torony tetejéről az tömegpont szabadon esik $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ gyorsulással, a magasság $h = gt^2/2$ kifejezéséből az esés ideje $t = \sqrt{2h/g} = \sqrt{30/9{,}81} = 1{,}7487\,\mathrm{s}$, a becsapódás sebessége egyrészt a sebesség-gyorsulás $v = gt$ kapcsolatából, $v = 9{,}81 \cdot 1{,}7487 = 17{,}1552\,\mathrm{m/s}$, másrészt némi rendezés után a magasság-sebesség kifejezésére kapott $h = v^2/2g$ kapcsolatból $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{30 \cdot 9{,}81} = 17{,}1552\,\mathrm{m/s}$ ugyanarra az eredményre vezet.

2.3.7. Feladat

Egy nyugalomból induló $1{,}5\ \mathrm{kg}$ tömegű tégla a gravitációs erő hatására szabadon esik. Határozza meg mekkora lesz a tégla sebessége $2\ \mathrm{m}$ távolság megtétele után.

Megoldás

A kezdősebesség nélkül szabadon eső tömegpont sebesség-megtett út közötti $h = v^2/2g$ kapcsolatot felhasználva a szabadon eső test sebessége $v = \sqrt{2gh} = 6{,}2642\ \mathrm{m/s}$ lesz.

2.3.8. Feladat

Egy asztronauta leejt egy kalapácsot a Holdon ($g_{Hold} = 1{,}62\ \mathrm{m/s^2}$), amely $1{,}55\ \mathrm{s}$ alatt ér a talajra. Határozza meg a kalapács végsebességét.

Megoldás

A kalapács végsebessége $v = g_{Hold} t = 1{,}62 \cdot 1{,}55 = 2{,}5110\ \mathrm{m/s}$ lesz.

2.3.9. Feladat

Egy robot leejt egy kődarabot a Marson ($g_{Mars} = 3{,}69\ \mathrm{m/s^2}$). A kődarab $1{,}2\ \mathrm{s}$ alatt ér a talajra. Határozza meg a kődarab becsapódási sebességét.

Megoldás

A kődarab becsapódási sebessége $v = g_{Mars} t = 3{,}69 \cdot 1{,}2 = 4{,}4280\ \mathrm{m/s}$ lesz.

2.3.10. Feladat

Három város egy egyenlő oldalú háromszög csúcspontjaiban (A, B, C) helyezkednek el. Két autó közlekedik az $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ útvonalon. András autója az $\mathrm{A} \to \mathrm{B}$ városok közötti utat állandó $60\ \mathrm{km/h}$ sebességgel, majd a $\mathrm{B} \to \mathrm{C}$ városok közti utat $90\ \mathrm{km/h}$ állandó sebességgel teszi meg. Béla autója az $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ útvonalon végig $70\ \mathrm{km/h}$ sebességgel halad. Határozza meg, melyik autó átlagos sebessége nagyobb az $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ útvonalon.

Megoldás

András autója az $\mathrm{A} \to \mathrm{B}$ városok közötti utat $t_1 = 1/60\ \mathrm{h}$ idő alatt, a $\mathrm{B} \to \mathrm{C}$ városok közti utat $t_2 = 1/90\ \mathrm{h}$ idő alatt teszi meg. Az $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ útvonal megtételéhez szükséges idő $t = t_1 + t_2 = 1/60 + 1/90 = 0{,}0278\ \mathrm{h}$, az átlagsebessége $v_A = 2/(1/60 + 1/90) = 72\ \mathrm{km/h} = 20\ \mathrm{m/s}$. Béla autója végig azonos sebességgel halad, $v_B = 70\ \mathrm{km/h} = 19{,}4444\ \mathrm{m/s}$, így András autója halad nagyobb átlagsebességgel.

2.3.11. Feladat

Három város egy egyenlő oldalú háromszög csúcspontjaiban (A, B, C) helyezkednek el. Két autó közlekedik az $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ útvonalon. Az egyik autó az $\mathrm{A} \to \mathrm{B}$ városok közötti utat állandó $60\ \mathrm{km/h}$ sebességgel, majd a $\mathrm{B} \to \mathrm{C}$ városok közti utat $100\ \mathrm{km/h}$ állandó sebességgel teszi meg, míg a másik autó az $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ útvonalon végig $80\ \mathrm{km/h}$ sebességgel halad. Határozza meg, melyik autó átlagos sebessége nagyobb az $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ útvonalon.

Megoldás

Az előző feladat alapján az egyik autó átlagsebessége $v_1 = 2/(1/60 + 1/100) = 75\ \mathrm{km/h} = 20{,}8333\ \mathrm{m/s}$, a másik autó átlagsebessége $v_2 = 80\ \mathrm{km/h} = 22{,}2222\ \mathrm{m/s}$ nagyobb, mint az első autó átlagsebessége.

2.3.12. Feladat

Az autók műszaki vizsgáján a követelmény, hogy fékezéskor a lassítás legalább $6\ \mathrm{m/s^2}$ legyen. Határozza meg, hogy ekkor a $80\ \mathrm{km/h}$ sebességgel haladó autó fékezéskor mekkora távolságon áll meg és mennyi ideing tart a fékezés.

Megoldás

Először érdemes sebesség mértékegységét átváltani, $v_0 = 80\ \mathrm{km/h} = 22{,}2222\ \mathrm{m/s}$. Minthogy az autó megállásig fékez, így a $v = v_0 - at = 0$ összefüggés alapján a fékezés ideje $t = v_0/a = 3{,}7037\ \mathrm{s}$. A fékezési út pedig egyrészt az $s = v_0 t + at^2/2$ összefüggés, másrészt az $s = v_0^2/2a$ összefüggés felhasználásával $41{,}1523\ \mathrm{m}$ hosszúnak adódik.

2.3.13. Feladat

Egy $18\ \mathrm{g}$ tömegű testet $12\ \mathrm{m}$ magas torony tetejéről vízszintesen $5\ \mathrm{m/s}$ kezdősebességgel elhajítanak. Határozza meg mennyi idő múlva ér földet.

Megoldás

Habár a tömegpont vízszintes kezdősebességgel indul, a földre érkezés idejét a torony tetejéről való szabadesés határozza meg, $h = gt^2/2$, ahonnan $t = \sqrt{2h/g} = 1{,}5641\ \mathrm{s}$.

2.3.14. Feladat

Egy torony tetejéről vízszintesen $8\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel elhajítanak egy $15\,\mathrm{g}$ tömegű testet. Határozza meg, hogy $3\,\mathrm{s}$ ideig történő repülés után a tömegpont a torony talpától milyen messze ér földet.

Megoldás

A vízszintes irányú sebességgel a megadott idő alatt $s = v_0 t = 24\,\mathrm{m}$ távolra kerül a torony tövétől.

2.3.15. Feladat

Egy $22\,\mathrm{g}$ tömegű testet $8\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel vízszintesen elhajítanak. Határozza meg milyen magas volt a torony, ha a tömegpont $5\,\mathrm{s}$ alatt ér földet.

Megoldás

A vízszintes hajítás esetén a függőleges elmozdulást a szabadesés eredményezi, ahonnan a torony magassága $h = gt^2/2 = 122{,}6250\,\mathrm{m}$.

2.3.16. Feladat

Egy torony tetejéről vízszintesen elhajítanak egy $18\,\mathrm{g}$ tömegű testet. Határozza meg, mekkora a tömeg kezdősebessége, ha $3\,\mathrm{s}$ alatt a torony talppontjától $26\,\mathrm{m}$ távolságra ér földet.

Megoldás

A vízszintes hajítás esetén a vízszintes távolságot egyenes vonalú egyenletes sebességgel teszi meg a tömegpont, így a vízszintes hajítás kezdősebessége $v_0 = s/t = 8{,}6667\ \mathrm{s}$.

2.3.17. Feladat

Egy $20\ \mathrm{m}$ magas torony tetejéről vízszintes irányba $3\ \mathrm{m/s}$ kezdősebességgel eldobnak egy $12\ \mathrm{g}$ tömegű tömegpontot. Határozza meg, hogy a torony tövétől milyen messze és mennyi idő múlva csapódik be a tömegpont.

Megoldás

A torony tetejéről a $h = gt^2/2$ összefüggés felhasználásával $t = \sqrt{2h/g} = 2{,}0193\ \mathrm{s}$ alatt teszi meg a tömegpont a függőleges távolságot, ez alatt a vízszintes kezdősebességgel $s = v_0 t = 3t = 6{,}0578\ \mathrm{m}$ utat fut be.

2.3.18. Feladat

Egy $20\ \mathrm{g}$ tömegű testet $8\ \mathrm{m/s}$ kezdősebességgel függőlegesen felfelé dobnak. Határozza meg, milyen magasra repül, és mennyi idő múlva érkezik vissza a kiindulási pontra.

Megoldás

A tömeg addig emelkedik, amíg sebessége nullára nem csökken, ezután szabadeséssel visszafordul. Az emelkedés magassága $h = v_0^2/2g = 3{,}2620\ \mathrm{m}$, a mozgás teljes ideje $t = 2v_0/g = 1{,}6310\ \mathrm{s}$.

2.3.19. Feladat

Egy $15\,\mathrm{m}$ magas torony tetejéről kezdősebesség nélkül leejtenek egy $40\,\mathrm{g}$ tömegű testet. Határozza meg, mekkora sebességgel és mennyi idő múlva érkezik meg a tömegpont a torony talppontjához.

Megoldás

A torony tetejéről kezdősebesség nélkül szabadeséssel érkező tömegpont sebessége a $h = v^2 / 2g$ összefüggés felhasználásával $v = \sqrt{2gh} = 17{,}1552\,\mathrm{m/s}$, az esés idejére pedig egyrészt a $h = gt^2 / 2$, másrészt a $v = gt$ összefüggésekből $t = 1{,}7487\,\mathrm{s}$ idő adódik.

2.3.20. Feladat

Egy 8 m magas torony tetejéről $12\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel felfelé dobnak egy $38\,\mathrm{g}$ tömegű testet. Határozza meg, milyen magasra repül, és mekkora sebességgel érkezik meg a tömegpont a torony talppontjához.

Megoldás

A torony tetejéről felfelé dobot tömegpont mindaddig emelkedik, amíg kezdősebessége nullára nem csökken, ez a magasság $h = v_0^2 / 2g = 7{,}3394\,\mathrm{m}$. A torony tövétől mért magasság $h_1 = h + 8 = 15{,}3394\,\mathrm{m}$. A teljes magasságot elérve a tömegpont egy pillanatra megáll, majd szabadesésbe kezd és a torony tövéhez $v = \sqrt{2gh_1} = 17{,}3482\,\mathrm{m/s}$ sebességgel érkezik meg.

2.3.21. Feladat

Egy $18\,\mathrm{m}$ magas torony tetejéről $6\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel lefelé dobnak egy $40\,\mathrm{g}$ tömegű testet. Határozza meg, mekkora sebességgel és mennyi idő múlva érkezik meg a tömegpont a torony talppontjához.

Megoldás

A kezdősebességgel lefelé dobott tömegpont végsebességre a magasság $h = \left(v^2 - v_0^2\right)/2g$ kifejezéséből $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 19{,}7271\,\mathrm{m/s}$ adódik, ahonnan az esés ideje $t = \left(v - v_0\right)/g = 1{,}3993\,\mathrm{s}$.

2.3.22. Feladat

Egy $7.5\,\mathrm{m}$ hosszú zsineg egyik végére és ettől $3\,\mathrm{m}$ távolságra szintén egy-egy követ erősítenek. A zsineg másik végét megfogva kilógatják egy hídról, majd onnét elengedve a folyóba ejtik. A két kő csobbanása között $0{,}15\,\mathrm{s}$ idő telik el. Határozza meg, milyen magasan van a híd a víz felett, ha a hang terjedési-sebessége figyelmen kívül hagyható.

Megoldás

A zsineg alsó végén lévő tömegpont $h_1 = gt_1^2/2$ magasságot esi, míg a felette lévő tömegpont $h_2 = gt_2^2/2$ magasságot süllyed amíg talajt ér. A két magasság megtételéhez szükséges idők közötti eltérés ismeretében $t_2 = t_1 + 0{,}15$ kapcsolat áll fenn. A híd magassága a zsineg alján és a felette lévő tömegpontra $h = h_1 + 7{,}5 = h_2 + 4{,}5$. A fenti összefüggéseket figyelembe véve $h = gt_1^2/2 + 7{,}5 = g\left(t_1 + 0{,}15\right)^2/2 + 4{,}5$. Némi rendezés után a $7{,}5 = \left(0{,}3t_1 + 0{,}0225\right)g/2 + 4{,}5$ egyenlet megoldásaként a zsineg alján lévő tömegpont $t_1 = 1{,}9637\,\mathrm{s}$ ideig, a felette lévő tömegpont $t_2 = 2{,}1137\,\mathrm{s}$ ideig esik. A híd magassága pedig $h = h_1 + 7{,}5 = 26{,}4150\,\mathrm{m}$.

2.3.23. Feladat

Egy ötödik emeleti lakás ablaka előtt virágcserép zuhan lefelé. Az $1{,}2\,\mathrm{m}$ magas ablak előtt $0{,}12\,\mathrm{s}$ idő alatt halad el. Feltéve, hogy egy emelet magassága $3\,\mathrm{m}$ és a közegellenállásnak szerepe nem jelentős, határozza meg, hányadik emeleti ablakból eshetett ki a cserép.

Megoldás

Feltételezve, hogy az ablak tetejéig a cserép $h_1 = gt_1^2/2$ magasságot tett meg, az ablak aljáig pedig $h_2 = h_1 + 1{,}2 = gt_2^2/2$ magasságot esett. Figyelembe véve, hogy a két időpillanat között $t_2 = t_1 + 0{,}12$ kapcsolat áll fenn, az ablak aljáig eső cserépre a következő összefüggés írható fel, $h_2 = gt_1^2/2 + 1{,}2 = g(t_1 + 0{,}12)^2/2$, ahonnan némi rendezés után $1{,}2 = (0{,}24t_1 + 0{,}0144)g/2$ az ablak tetejéig $t_1 = 0{,}9594\,\mathrm{s}$, az ablak aljáig $t_2 = 1{,}0794\,\mathrm{s}$ ideig esik a cserép. Az ablak aljáig $h_2 = gt_2^2/2 = 5{,}7145\,\mathrm{m}$ távolságot tesz meg a cserép, ami hozzávetőleg $5{,}7145/3 = 1{,}9048 \approx 2$ emeletet jelent. Tehát a cserép a 7. emeletről eshetett ki.

2.3.24. Feladat

Határozza meg mekkora a gyorsulása annak a részecskének, amely a lemezjátszó állandó, percenként $33{,}3$ fordulatszámmal forgó korongján a középponttól $10\,\mathrm{cm}$ távolságra helyezkedik el

Megoldás

A percenkénti fordulatszámból a periódusidő $T = 60/n = 1{,}8018\,\mathrm{s}$, a pályamenti sebesség $v = 2\pi r/T = 0{,}3487\,\mathrm{m/s}$, a pályagörbe főnormálisa irányú, centripetális gyorsulás pedig $a_{cp} = v^2/r = 1{,}2160\,\mathrm{m/s^2}$.

2.3.25. Feladat

Határozza meg mekkora a gyorsulása annak a részecskének, amely a lemezjátszó 50 fordulatszámmal forgó korongján a középponttól 120 mm távolságra helyezkedik el.

Megoldás

Az előző feladathoz hasonlóan a periódusidő $T = 60/n = 1{,}2\,\mathrm{s}$, a pályamenti sebesség $v = 2\pi r/T = 0{,}6283\,\mathrm{m/s}$, a pályagörbe főnormálisa irányú, centripetális gyorsulás pedig $a_{cp} = v^2/r = 3.2899\,\mathrm{m/s^2}$.

2.3.26. Feladat

Egy köszörűkő nyugalomból $0{,}4\,\mathrm{rad/s^2}$ szöggyorsulással indul. Határozza meg, mekkora lesz a szögsebessége 20 körülfordulás után.

Megoldás

A 20 körülforduláshoz tartozó szögelfordulás $\Delta\varphi = 20 \cdot 2\pi = 40\pi\,\mathrm{rad}$. A szöggyorsulás és a szögelfordulás közti $\Delta\varphi = \varepsilon t^2/2$ összefüggést felhasználva és figyelembe véve, hogy $\omega = \varepsilon\, t$, a szögsebesség $\omega = \sqrt{2\varepsilon\Delta\varphi} = 10{,}0265\,\mathrm{rad/s}$.

2.3.27. Feladat

Határozza meg, mekkora a gyorsulása annak a részecskének, amely egy kerékpár állandó, percenként 50 fordulatszámmal forgó kerekének a középpontjától 100 mm távolságra helyezkedik el.

Megoldás

Az előző feladatokhoz hasonlóan, a forgó mozgás periódusideje $T = 60/n = 1{,}2\ \mathrm{s}$, a pályamenti sebessége $v = 2\pi r/T = 0{,}5236\ \mathrm{m/s}$, a pályagörbe főnormálisa irányú, centripetális gyorsulás pedig $a_{cp} = v^2/r = 2{,}7416\ \mathrm{m/s^2}$.

2.3.28. Feladat

Határozza meg, mekkora a gyorsulása annak a gyermeknek, amely a körhinta állandó, percenként 2 fordulatszámmal forgó hintáján, a középponttól 120 cm távolságra ül.

Megoldás

Az előző feladatokhoz hasonlóan, a forgó mozgás periódusideje $T = 60/n = 30\ \mathrm{s}$, a pályamenti sebessége $v = 2\pi r/T = 0{,}2513\ \mathrm{m/s}$, a pályagörbe főnormálisa irányú, centripetális gyorsulás pedig $a_{cp} = v^2/r = 0{,}0526\ \mathrm{m/s^2}$.

Tömegpont kinetikája

3.9.1. Feladat

Határozza meg mekkora a súlya egy 15 kg tömegű zsáknak.

Megoldás

A zsák súlya $G = mg = 15 \cdot 9{,}81 = 147{,}1500\ \mathrm{N}$.

3.9.2. Feladat

Határozza meg, mekkora erő ébred abban a kötélben, amelyre $10\ \mathrm{kg}$ tömegű zsákot akasztanak.

Megoldás

A kötélben a zsák súlyával azonos nagyságú, ellentétes irányú erő ébred, $F = mg = 98{,}1\ \mathrm{N}$.

3.9.3. Feladat

Határozza meg mekkora erővel nyomja a talajt a $2\ \mathrm{kg}$ tömegű szék, ha egy $80\ \mathrm{kg}$ tömegű férfi ráül.

Megoldás

A talajt a két tömeg együttes súlya, $F = (m_{sz} + m_f)g = 804{,}4200\ \mathrm{N}$ nyomja.

3.9.4. Feladat

Egy bolti eladó 5 doboz, egyenként $100\ \mathrm{N}$ súlyú konzervet tesz fel a padlóról a $150\ \mathrm{cm}$ magas polcra. Határozza meg, mennyi munkát végez.

Megoldás

A bolti eladó a dobozok helyzeti energiáját változtatja meg, azaz a befektetett munka $W = n \cdot mgh = 5 \cdot 100 \cdot 1{,}5 = 750\ \mathrm{J}$.

3.9.5. Feladat

Egy $5\ \mathrm{kg}$ tömegű test $1{,}5\ \mathrm{m/s}$ sebességgel mozog súrlódásmentesen, vízszintes felületen. Határozza meg mekkora munkavégzéssel növelhető meg a sebessége kétszeresére.

Megoldás

A kétszeres sebesség és az egyszeres sebesség mozgási energiájának különbsége a szükséges befektetett munka, azaz $W = m(2v_1)^2/2 - mv_1^2/2 = 3 \cdot v_1^2\, m/2 = 16{,}8750\ \mathrm{J}$.

3.9.6. Feladat

Egy $8000\ \mathrm{N}$ súlyú, görgőkön lévő ágyú $120\ \mathrm{N}$ súlyú golyót lő ki $80\ \mathrm{m/s}$ kezdősebességgel. Határozza meg, mekkora sebességgel lökődik vissza az ágyú.

Megoldás

A hatás, ellenhatás elve alapján a mozgásmennyiségek egyenlőségéből $m_g v_g = m_a v_a$, ahonnan az ágyú visszalökési sebessége $v_a = 1{,}2000\ \mathrm{m/s}$.

3.9.7. Feladat

Egy porszívót a vízszintessel 65^{o} szöget bezáró nyelénél fogva $70\ \text{N}$ erővel tolnak. Határozza meg mekkora a munkavégzés, ha a pórszívó $5\ \text{m}$ távolságot csúszik előre a padlón.

Megoldás

A munkavégzést az erőnek az út irányába eső komponense hoz létre, azaz $W = F\cos\alpha \cdot s = 70 \cdot \cos 65^{\text{o}} \cdot 5 = 147{,}9164\ \text{J}$.

3.9.8. Feladat

Határozza meg, milyen magasra jut az a $3\ \text{kg}$ tömegű, $5\ \text{m/s}$ kezdősebességgel függőlegesen felfelé indított tömegpont, mikor sebessége éppen a felére csökken.

Megoldás

A tömegpont induláskor meglévő mozgási energiája fedezi a sebesség csökkenéskor meglévő mozgási energiáját és a megszerzett helyzeti energiáját, $mv_1^2/2 = mgh + m(v_1/2)^2/2$, ahonnan a megszerzett magasság $h = \left(v_1^2 - (v_1/2)^2\right)/2g$, $h = \left(5^2 - 2{,}5^2\right)/(2 \cdot 9{,}81) = 0{,}9557\ \text{m}$.

3.9.9. Feladat

Határozza meg, mekkora impulzussal kell meglökni a $4\ \text{kg}$ tömegű, $12\ \text{m/s}$ sebességű testet, hogy mozgási energiája $400\ \text{J}$ legyen.

Megoldás

A

3.9.10. Feladat

Egy $15\,\mathrm{m}$ magas torony tetejéről egy $3{,}2\,\mathrm{kg}$ tömegű tömegpont kezdősebesség nélkül leesik. Határozza meg, mekkora lesz a tömegpont mozgási energiája és a sebessége a becsapódás pillanatában.

Megoldás

A torony tetején a tömegpont helyzeti energiával rendelkezi, amely a torony tövében mozgási energiává alakul, $W_h = mgh = W_m$, $W_m = 3{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 15 = 485{,}5950\,\mathrm{J}$, ahonnan a becsapódás pillanatában a tömegpont sebessége $W_h = W_m = mv^2/2$, $v = \sqrt{2gh} = 17{,}1552\,\mathrm{m/s}$.

3.9.11. Feladat

Egy függőelegesen felfelé hajított test tömege $20\,\mathrm{g}$, kezdősebessége $8\,\mathrm{m/s}$. Határozza meg, milyen magasra repül, és mekkora sebességgel érkezik vissza.

Megoldás

A függőlegesen felfelé hajított test mindaddig emelkedik, amíg sebessége nullára nem csökken, azaz az indulásnál kapott mozgási energiája helyzeti energiává alakul, $W_m = mv^2/2 = W_h = mgh$, ahonnan az emelkedés magassága

$h = v^2/2g = 3{,}2620\ \mathrm{m}$. A tetőpont elérése után a tömegpont egy pillanatra megáll, majd esni kezd, ekkor a helyzeti energiája átalakul mozgási energiává, azaz a talajra való visszaérkezési sebessége megegyezik a kiindulási sebességével.

3.9.12. Feladat

Egy $8\ \mathrm{m}$ magas torony tetejéről $12\ \mathrm{m/s}$ kezdősebességgel függőlegesen felfelé hajított test tömege $38\ \mathrm{g}$. Határozza meg, milyen magasra repül, és mekkora sebességgel érkezik meg a tömegpont a torony talppontjához.

Megoldás

A tömegpont a torony tetejéről mindaddig emelkedik, amíg a sebessége nullára nem csökken, azaz a mozgási energiája helyzeti energiává alakul, $W_m = mv^2/2 = W_h = mgh$, ahonnan az emelkedés magassága $h = v^2/2g = 7{,}3394\ \mathrm{m}$, a torony magasságával együtt, $h_1 = 8 + 7{,}3394 = 15{,}3394\ \mathrm{m}$ magasra emelkedik. A tetőpontról leesik, miközben a helyzeti energiája mozgási energiává alakul, $mv_1^2/2 = mgh_1$, ahonnan a torony tövéhez érkezéskor a tömegpont sebessége $v_1 = \sqrt{2gh_1} = 17{,}3482\ \mathrm{m/s}$.

3.9.13. Feladat

Egy $18\ \mathrm{m}$ magas torony tetejéről a függőlegesen lefelé hajított $40\ \mathrm{g}$ tömegű tömegpont kezdősebessége $6\ \mathrm{m/s}$. Határozza meg, mekkora sebességgel érkezik meg a tömegpont a torony talppontjához.

Megoldás

A torony tetején, a mozgás kezdeti pillanatában a tömegpont helyzeti és mozgási energiája alakul át a torony alján mozgási energiává, $mgh + mv_0^2/2 = mv_1^2/2$, ahonnan a torony tövében a tömegpont sebessége $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 19{,}7271\ \mathrm{m/s}$ lesz.

3.9.14. Feladat

Egy $20\ \mathrm{m}$ magas torony tetejéről vízszintes irányba $3\ \mathrm{m/s}$ kezdősebességgel elhajítunk egy $1{,}2\ \mathrm{kg}$ tömegű tömegpontot. Határozza meg, a becsapódás pillanatában a tömegpont mozgási energiáját és sebességét.

Megoldás

A torony tetején a tömeg helyzeti és mozgási energiájának összege fedezi a becsapódás pillanatához tartozó mozgási energiáját, azaz $W_{m1} + W_h = W_{m2}$, ahonnan $W_{m2} = mv_1^2/2 + mgh = 240{,}8400\ \mathrm{J}$, a becsapódási sebesség pedig a $W_{m2} = mv_2^2/2$ mozgási energiából $v_2 = \sqrt{2W_{m2}/m} = 20{,}0350\ \mathrm{m/s}$.

3.9.15. Feladat

$100\ \mathrm{N}$ súlyú gyerek $2{,}5\ \mathrm{m}$ magasból csúszik le egy 30° hajlásszögű csúszdán. Határozza meg, mekkora munkát végez a gravitációs erő a gyereken.

Megoldás

A gyerek elveszti a helyzeti energiáját, $W_g = W_h = mgh = 100 \cdot 2{,}5 = 250\ \mathrm{J}$.

3.9.16. Feladat

Egy liftben áll egy $70\,\mathrm{kg}$ tömegű férfi. Határozza meg a lábaira ható nyomóerőt, ha a lift áll, amikor felfelé halad $3\,\mathrm{m/s}$ sebességgel és amikor lefelé gyorsul $4\,\mathrm{m/s^2}$ gyorsulással.

Megoldás

Amikor a férfi az álló liftben tartózkodik, a lábaira a súlyereje hat, $F_g = mg = 686{,}7000\,\mathrm{N}$; amikor felfelé halad állandó sebességgel mivel nincs gyorsulás, továbbra is az F_g súlyerő hat; lefelé haladva a gyorsuló mozgás következtében a férfi súlya a gyorsító erővel csökken, és így a lábaira ható nyomóerő $F = mg - ma = 70 \cdot (9{,}81 - 4) = 406{,}7000\,\mathrm{N}$ lesz.

3.9.17. Feladat

Egy lift felfelé indulva állandó gyorsulással $0{,}6\,\mathrm{s}$ alatt teszi meg az első $2\,\mathrm{m}$ szakaszt. A liftben egy utas $3\,\mathrm{kg}$ tömegű csomagot tart a kezében. Határozza meg, mekkora erővel tartja az utas a csomagot.

Megoldás

A lift gyorsulása a $h = at^2/2$ megtett út kifejezéséből $a = 2h/t^2 = 11{,}1111\,\mathrm{m/s^2}$, így a doboz súlya a gyorsító erővel megnő, azaz $F = mg + ma = 62{,}7633\,\mathrm{N}$ lesz.

3.9.18. Feladat

Egy gyerek vízszintes talajon fekvő $5\,\text{kg}$ tömegű dobozt a vízszintessel 40^{o} szöget bezáró kötél segítségével $25\,\text{N}$ erővel húzza úgy, hogy a doboz a talajon marad. $0{,}2$ súrlódási tényező esetén határozza meg, a súrlódási erőt és a doboz gyorsulását.

Megoldás

A húzóerőnek a függőleges komponense csökkenti a doboz súlyerejét és ekkor a súrlódási erő $F_s = \mu\left(mg - F\sin a\right) = 0{,}2\cdot\left(5\cdot 9{,}81 - 25\sin 40^{\text{o}}\right) = 6{,}5961\,\text{N}$. A húzóerő vízszintes komponense és a súrlódási erő különbsége gyorsítja a doboz tömegét, $F\cos\alpha - F_s = ma$, ahonnan a doboz gyorsulása $a = \left(F\cos\alpha - F_s\right)/m = 2{,}5110\,\text{m/s}^2$.

3.9.19. Feladat

Egy $3\,\text{kg}$ tömegű test $0{,}1$ súrlódási együtthatójú vízszintes felületen $5\,\text{m/s}$ kezdősebességgel meglöknek. Határozza meg, mekkora utat tesz meg megállásig.

Megoldás

A tömegpont indulásnál kapott mozgási energiáját a súrlódási munka emészti fel, azaz $mv_0^2/2 = \mu\, mgs$, ahonnan a megállásig megtett út, $s = v_0^2/2\mu\, g = 12{,}7421\,\text{m}$.

3.9.20. Feladat

Határozza meg. mekkora munkát kell kifejteni az $1{,}2\,\mathrm{kg}$ tömegű testnek a $0{,}08$ súrlódási együtthatójú felületen $6\,\mathrm{m}$ úton való húzásához.

Megoldás

A tömegpont húzásához a súrlódási munkát kell legyőzni, azaz $W_S = \mu\, mgs = 0{,}08 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 6 = 5{,}6506\,\mathrm{J}$ munkát kell kifejteni.

3.9.21. Feladat

Egy $3{,}2\,\mathrm{kg}$ tömeg $0{,}09$ súrlódási együtthatójú felületen mozog. Határozza meg, mekkora súrlódási veszteség lép fel, miközben tömegpont $12\,\mathrm{m/s}$ kezdősebessége felére csökken.

Megoldás

A tömegpont mozgási energiájának megváltozása fedezi a súrlódási veszteséget, azaz $W_S = mv_0^2/2 - m(v_0/2)^2/2 = 172{,}8000\,\mathrm{J}$ lesz a súrlódási veszteség.

3.9.22. Feladat

Egy $6\,\mathrm{kg}$ tömegű $15\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel vízszintes pályán induló tetet $25\,\mathrm{N}$ súrlódási erő fékez $18\,\mathrm{m}$ hosszú szakaszon. Határozza meg a test sebességét a szakasz végén.

Megoldás

Az induláshoz tartozó mozgási energia fedezi a súrlódási veszteséget és a szakasz végén a mozgási energiát, $W_{m1} = W_s + W_{m2}$, azaz $mv_1^2/2 = F_s \cdot s + mv_2^2/2$, ahonnan a tömeg sebessége a szakasz végén $v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2F_s \cdot s/m} = 8{,}6603\ \mathrm{m}$.

3.9.23. Feladat

Egy $3\mathrm{kg}$ tömegű test, vízszintes pályán álló helyzetből $10\ \mathrm{m/s^2}$ gyorsulással indul. Határozza meg, mekkora lesz a sebessége $12\ \mathrm{m}$ szakasz megtétele után, ha közben $15\ \mathrm{N}$ súrlódási erő fékezi.

Megoldás

Ha az adott gyorsulással mozogna a test, az adott szakasz megtétele után a sebessége $s = v_1^2/2a$ összefüggés alapján, $v_1 = \sqrt{2as} = 15{,}4919\ \mathrm{m}$ lenne. Ennek a mozgási energiának egy része fedezi a súrlódási veszteséget és csak a maradék energia fedezi a tömeg mozgásához tartozó sebességet, $mv_1^2/2 = F_s \cdot s + mv_2^2/2$, ahonnan a súrlódási veszteség fedezése után a tömeg sebessége $v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2F_s \cdot s/m} = 10{,}9545\ \mathrm{m}$.

3.9.24. Feladat

Határozza meg, mekkora annak a $3\ \mathrm{kg}$ tömegű testnek a súrlódási vesztesége, amely $14\ \mathrm{m/s}$ sebességről $9\ \mathrm{m/s}$ sebességre lassul.

Megoldás

A mozgási energia megváltozása fedezi a súrlódási veszteséget, azaz $W_S = mv_1^2/2 - mv_2^2/2 = 94{,}5000\ \mathrm{J}$.

3.9.25. Feladat

Egy $9\ \mathrm{kg}$ tömegű test $8\ \mathrm{m/s}$ kezdősebességgel felfelé indul egy $10\ \mathrm{m}$ hosszú, 30^{o} hajlásszögű lejtő aljáról. Mozgása közben $3{,}5\ \mathrm{N}$ súrlódási erő fékezi. Határozza meg, milyen magasra jut a test.

Megoldás

A tömeg lejtő alján lévő mozgási energiája fedezi a súrlódási veszteséget és a lejtőn való emelkedéshez tartozó helyezeti energiát, azaz $W_{m0} = W_S + W_h$. Figyelembe véve a lejtő hajlásszögét miközben a lejtőn l utat tesz meg, $h = l \sin\alpha$ magasságig emelkedik. Mindezek figyelembe vételével $mv_0^2/2 = mgh + F_S\, h/\sin\alpha$, ahonnan a h magasság kifejezhető $h = \left(mv_0^2/2\right)/\left(mg + F_S/\sin\alpha\right)$, $h = 3{,}0224\ \mathrm{m}$.

3.9.26. Feladat

Egy $4\ \mathrm{kg}$ tömegű test $6\ \mathrm{m/s}$ kezdősebességgel lefelé indul a $9\ \mathrm{m}$ hosszú, 30^{o} hajlásszögű lejtő tetejéről. Mozgás közben $2{,}8\ \mathrm{N}$ súrlódási erő fékezi. Határozza meg, mekkora lesz a tömeg sebessége a lejtő alján.

Megoldás

A lejtő tetején a tömeg helyzeti és mozgási energiája fedezi a súrlódási veszteséget és a lejtő alján a megmaradó mozgási energiáját, $W_{mfent} + W_h = W_s + W_{mlent}$. Figyelembe véve, hogy a $9\,\mathrm{m}$ hosszú, 30^{o} hajlásszögű lejtő magassága $h = l \sin\alpha = 9 \cdot \sin 30^{\mathrm{o}} = 4{,}5\,\mathrm{m}$, az energia $mv_{fent}^2/2 + mgh = F_s \cdot l + mv_{lent}^2/2$ kifejezéséből a lejtő alján a tömeg sebessége $v_{lent} = \sqrt{v_{fent}^2 + 2gh - (2F_s \cdot l)/m}$, $v_{lent} = 8{,}5959\,\mathrm{m}$ lesz.

3.9.27. Feladat

Határozza meg, mekkora súrlódó erő fékezi azt az $5\,\mathrm{kg}$ tömegű, testet, amelyet egy $10\,\mathrm{m}$ hosszú, 30^{o} hajlásszögű lejtő alján $12\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel felfelé lökve az a lejtő fele magasságáig jut.

Megoldás

A tömeg lejtő alján meglévő mozgási energiája fedezi egyrészt a súrlódási munkát, másrészt a lejtőn való emelkedéshez tartozó helyzeti energiáját, $W_{m0} = W_s + W_h$. Ha a tömeg a lejtő fele magasságáig jut, akkor $h = l \sin\alpha/2 = 2.5\,\mathrm{m}$ magasra jut. Ekkor az energia egyenlet $mv_0^2/2 = F_s \cdot l/2 + mg\, l \sin\alpha/2$ felhasználásával a súrlódási erő a következő $F_s = \left(mv_0^2/2 - mg\, l \sin\alpha/2\right)/(l/2) = 47{,}2250\,\mathrm{N}$.

3.9.28. Feladat

Egy $12\,\text{kg}$ tömegű test álló helyzetből csúszik le egy $5\,\text{m}$ hosszú, 30^{o} hajlásszögű lejtőn. Mozgás közben $8\,\text{N}$ súrlódási erő fékezi. határozza meg, mekkora lesz a tömeg sebessége a lejtő alján.

Megoldás

A tömeg lejtő tetején meglévő helyzeti energiája fedezi a súrlódási munkát és a lejtő alján lévő mozgási energiáját, $W_h = W_s + W_m$, azaz $mgl\sin\alpha = F_s \cdot l + mv^2/2$, ahonnan a tömeg sebessége a lejtő alján $v = \sqrt{2gl\sin\alpha - 2F_s \cdot l/m} = 6{,}5102\ \text{m/s}$.

3.9.29. Feladat

Egy $5\,\text{kg}$ tömegű test $4\,\text{rad/s}$ szögsebességgel forog függőleges síkban egy $12\,\text{m}$ hosszú madzag végén. Határozza meg, mekkora erő feszíti a madzagot a pálya tetőpontján.

Megoldás

A körmozgás során, a pálya tetőpontján a normális irányú gyorsítóerő reakció ereje, a centrifugális erő lép fel, amelyet a tömeg súlyereje csökkent, azaz a madzagot feszítő erő $F = F_{cf} - F_g = ml\omega^2 - mg = 5 \cdot 12 \cdot 4^2 - 5 \cdot 9.81 = 910{,}9500\ \text{N}$.

3.9.30. Feladat

Egy $80\,\text{kg}$ tömegű férfi $2\,\text{s}$ alatt rohan fel a $3\,\text{m}$ magas lépcsősoron. Határozza meg, mekkora az átlagos teljesítménye.

Megoldás

Az átlagos teljesítmény az adott időegység alatt végzett munka, azaz $P = W/t = mgs/t = 80 \cdot 9.81 \cdot 3/2 = 1177{,}2\ \mathrm{W}$.