

1. heti előadás

Előszó

- Az ábrázoló geometria a geometria egyik fejezete, azaz alkalmazott matematika.
- Az ábrázoló geometria a **műszaki élet közlő nyelve**, a műszaki rajz alaptörvényeit tanítja.
- Az ábrázoló geometria ismerteti a **műszaki rajzolás alaptörvényeit, szabályait, rajztechnikai tanácsokat ad**, segíti a műszaki pályára lépő emberek sajátos megfigyelőképességének kialakulását.
- Az ábrázoló geometria logikus rendje műszaki szempontból kiváló alakítója az elmének. Segítségével a tudatosan látni tanuló ember előtt kitárul a vizuális úton felfogható világ. Értelmet nyernek azok a térbeli geometriai összefüggések, melyekre eddig fél sem figyelt.
- Az ábrázoló geometriának a személyiség alakításában is fontos szerepe van. *Hiszen a tantárgy elsajátításához **figyelem összpontosításra, pontosságra, lelkiismeretességre, a lényeg kiemelésére, a legegyszerűbb és a legjárhatóbb út felismerésére van szükség.** Továbbá esztétikai igényességre is nevel.*
- Tudomásul kell venni, hogy a szűk időkeret korlátozott tanári segítséget tesz lehetővé, mely intenzív, önálló otthoni munkával kell kiegészülni. Az ábrázoló geometriát kizárólag rajzolva lehet tanulni. A szöveg olvasása, az ábrák szemlélése nem vezet eredményre. A szöveg és az ábra segítségével először a minta feladatokat kell megoldani, majd önálló feladatmegoldásokat gyakorolni.
- Azok a hallgatók, akik középiskolában nem tanultak műszaki rajzot, csak sok gyakorlással fogják elsajátítani a rajzeszközök használatát. Jó rajzot csak jó minőségű eszközökkel lehet készíteni.
- Nagyon fontos, hogy minden hallgató megtalálja a számára legkedvezőbb tanulási módszert. Nincs két azonos képességű és előképzettségű hallgató. Vannak, akik könnyen és gyorsan elsajátítják a tananyagot, élvezik a feladatmegoldásokkal járó szellemi erőfeszítéseket. Másoknak több időre és gyakorlásra van szükségük, talán a sikertelen kezdeti lépések miatt kedvüket veszítik, reménytelenül keresik – rendszerint magukon kívül – a nehézségek okait.
- A műszaki életben dolgozók sokasága bizonyosság arra, hogy minden átlagos képességű ember meg tudja tanulni az előírt tananyagot.
- Az egészséges elmének jól esik a szellemi torna, az erőfeszítést igénylő feladatmegoldás. A felfedezésekkel járó kellemes izgalmi állapot. Az alkotás, a tudományos kutatás öröme bőséges kárpótlást nyújt a megoldással járó fáradtságért.
- Az ábrázolás mellett meg kell tanulni a rajzok olvasását. A rajz alapján minden térbeli helyzetben látni kell az ábrázolt elemet. A rajzolás és a rajzolását biztosító egységes szabványokat alapfokon az ábrázoló geometria tanítja. A műszaki rajznak egyértelműen közölni kell a tervező elgondolásait a kivitelezővel. A rajzról egyértelműen leolvasható kell, hogy legyen az ábrázolt objektum alakja, mérete, térbeli helyzete, szükség esetén az anyaga is.
- A műszaki életben dolgozó embernek nagyon meg kell tanulni a rajzi nyelvet, melynek **„nyelvtanát”** tanítja az ábrázoló geometria.

Bevezetés

1. Az ábrázoló geometria térbeli alakzatok síkban való ábrázolásával foglalkozik. Az ábrázoló geometriában a téralakot képe segítségével ábrázoljuk és a kép síkjában végzett szerkesztéssel, térmértani feladatot oldunk meg.
 2. Az ábrázoló geometria térelemek és térgeometriai szerkesztések **SÍKBELI leképezése**.
 3. A képpel szemben támasztott követelmények:
 - a.) Legyen leolvasható a tárgy alakja, térbeli helyzete és méretei.
 - b.) Az ábrázolt alak elképzelhető – térben felépíthető = REKONSTRUÁLHATÓ legyen.
 - c.) Az alakzat képe minél tökéletesebben helyettesítsen (SZEMLÉLETES KÉPRŐL BESZÉLÜNK)
- Ha egy térbeli alakzatot – ami a valóságban háromdimenziós – síkban szeretnénk ábrázolni, lerajzolni, a tárgy méretei, arányai megváltoznak.
 - A képiesség és a mérettartás egymásnak látszólag ellentmondó tulajdonság. Hol az egyik, hol a másik tulajdonságot részesítjük előnyben a célnak megfelelően.
 - Az ismeretszerző tevékenység a megismeréssel, az érzékeléssel kezdődik, mint absztrakt gondolkodás. A megfigyeléssel szerzett ismeretek gyakorlati alkalmazása, ha a hallgató alkotó jellegű feladatot old meg.
 - A műszaki gondolatközlés formája a **műszaki rajz**. A rajz olvasójának meg kell értenie a közölt információkat, a rajz készítőjének, pedig ki kell tudni fejeznie a gondolatait a rajz nyelvén.
 - A műszaki gondolat közlésének formáját egyszerűsíteni, egységesíteni és rögzíteni kell. Nemzetközileg egyeztetett szabványok segítik, illetve írják elő a műszaki rajz készítésének és dokumentálásának módját.
 - A műszaki gondolat egyértelmű, a lehető legtöbb információt tartalmazó rögzítése nem könnyű feladat, mert a háromdimenziós alakzatokat a rajzlap kétdimenziós síkjában kell ábrázolni. Ehhez viszont a rajz készítőjének ismernie kell a *műszaki ábrázolás szabályait, módját, rajzjeleit, jelképeit és egyszerűsítési lehetőségeit*.
 - Továbbá elengedhetetlen feltétel a **térlátás** és bizonyos **geometriai tájékozottság** is.
 - Mai, számítógép uralta világunkban van-e létjogosultsága a „**kézzel**” való rajzolásnak? tehetjük fel a kérdést, és bizonyára sokan érvelnek mellette, illetve ellene. Én a „**mellette**” táborhoz tartozom és **indokaim** a következők: a számítógéppel való rajzolásnak feltétele „valamilyen rajzó program” készség szintű használata, mellyel nem biztos, hogy minden hallgató rendelkezik. A papír, ceruza, radír, vonalzó, körző viszont minden hallgató számára ismert, és már eddig is használt eszköz. A számítógép is csak eszköz, ha úgy tetszik „rabszolga”, nem fog helyettem gondolkodni, sem önállóan feladatot megoldani, nekem kell a logikai lépéseket közölnöm vele. Szerintem a kézzel, és a géppel történő rajzolás közötti különbség „csupán” a megjelenítés eszközében más (papír/képernyő), a logikai levezetés mindkét esetben az alkotó ember feladata.

1. TÉRMÉRTANI (TÉRGEOMETRIAI) ALAPISMERETEK

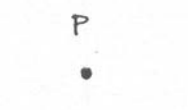
Az ábrázolás és a geometriai szerkesztések előtt ismerkedjünk meg a térmértani fogalmakkal és tételekkel.

1.1. TÉRMÉRTANI ALAPFOGALMAK :

1.1.1. Térmértani alakzatok (térelemek):

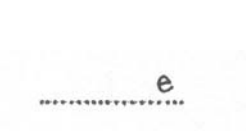
A legegyszerűbb geometriai alakzatokat térelemeknek (a tér építőelemeinek) nevezzük, ezek :

1. Pont:

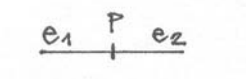


- a pont alapfogalom és alapelem
- a pont a sík legegyszerűbb, kiterjedés nélküli eleme

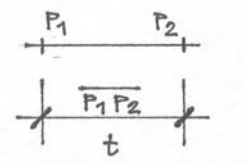
2. Egyenes:



- egy bizonyos irányban elhelyezkedő végtelen sok pont, egy-dimenziós végtelen kiterjedésű alakzat (Bizonyos pontok összességét alakzatnak nevezzük)

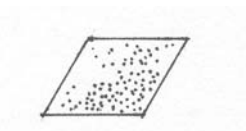


- az egyenest bármely pontja két félegyenesre osztja

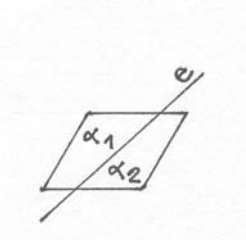


- az egyenes két pontja által határolt, véges hosszúságú részét szakasznak nevezzük, a szakasz hosszát a két pont távolsága adja.

3. Sík:



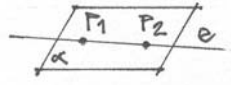
- kiemelkedések, bemélyedések és görbületek nélkül elhelyezkedő végtelen sok pont, két dimenziós végtelen kiterjedésű alakzat



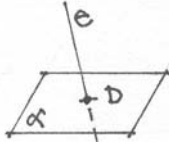
- a síkot bármely egyenese két félsíkra osztja

A pontnak és az egyenesnek a síkgeometriában megismert tulajdonságai a térgeometriára is érvényesek !

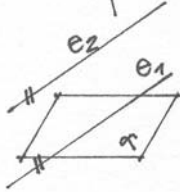
1.1.2. Tételek kölcsönös helyzete:1. PONT-PONT helyzete P_1, P_2 P_1, P_2 - egybeesik (illeszkedik egymásra) a tér azonos helyéről van szó- nem esik egybe (két különböző pont)2. PONT-EGYENES helyzete P, e P, e - a pont illeszkedik az egyenesre, rajta van az egyenesen (a pont az egyenes része)- nincs rajta az egyenesen, nem illeszkedik rá (a pont nem része az egyenesnek, rajta kívül eső pontról van szó)3. PONT-SÍK helyzete α, P α, P - a pont illeszkedik a síkra, rajta van síkon (a pont a sík része)- nincs rajta a síkon, nem illeszkedik rá (a pont nem része a síknak, rajta kívül eső pontról van szó)4. EGYENES- EGYENES helyzete e_1, e_2 e_1, e_2 e_1, e_2, M, α - a két egyenes illeszkedik egymásra, egybeesik = azonos (minden pontjuk közös) Ha két pontjuk közös, akkor minden pontjuk közös azaz a két egyenes egybeesik.- a két egyenes párhuzamos, ha nem metszik egymást és egy közös síkban vannak (nincs közös pontjuk)- két egyenes metszi egymást, ha nem párhuzamosak, azaz van egy közös pontjuk és egy síkban fekszenek (csak egyetlen közös pontjuk van)**Metsző és párhuzamos egyenes-párok síkot határoznak meg** e_1, e_2 - két egyenes kitérő, ha nem egy közös síkban vannak (nincs közös pontjuk és nem lehet rájuk közös síkot fektetni)

5. EGYENES-SÍK helyzete:

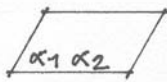
- az egyenes benne fekszik a síkban, rajta van a síkon (a sík egyik egyenese) Ha az egyenes két pontja benne van a síkban, akkor az egyenes minden pontja benne van a síkban.



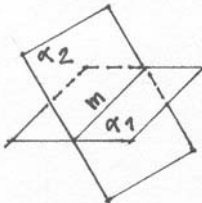
- az egyenes döfi a síkot, ha nem párhuzamos a síkkal és nincs benne a síkban, egyetlen közös pontjuk van (speciális eset, ha az egyenes merőleges a síkra)



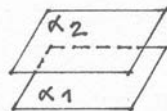
- az egyenes párhuzamos a síkkal, akkor és csak akkor ha a rajta kívül eső sík tartalmaz az egyenessel párhuzamos egyenest

6. SÍK-SÍK helyzete:

- két sík illeszkedik egymásra minden pontjuk közös (a tér ugyanazon síkjáról van szó)



- két sík metszi egymás, van egy közös pontjuk, két sík metszése egy egyenes (két sík egy egyenesben metszi egymást)

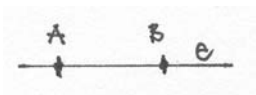


- két sík párhuzamos egymással, ha nincs közös pontjuk

EGYENES ÉS SÍK KÍTÉRŐ HELYZETBEN NEM LEHET!1.1.3. Tételek meghatározása :

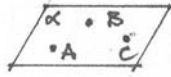
a.) **ÖSSZEKÖTÉSSEL:** két vagy több tételemet összekötésével egy újabb tételemet kapunk.

az egyenest:

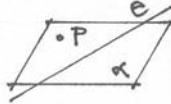


- két pontja határozza meg

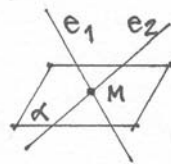
a síkot meghatározza:



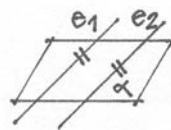
- három pontja, amelyek nem esnek egy egyenesbe



- egy egyenese és egy rajta kívül eső pontja

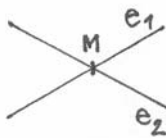


- két metsző egyenese

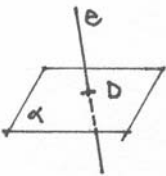


- két párhuzamos egyenese

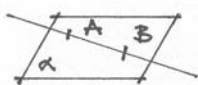
b.) **METSZÉSSEL:** egy újabb térelemet másik kettő metszéseként kapjuk



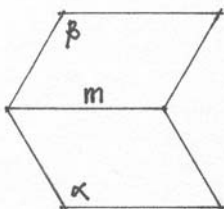
- két egyenesnek lehet egy közös pontja, ez a metszéspont



- egyenes és sík egyetlen közös pontja a metszéspontjuk = dőféspont, talppont, nyompont.

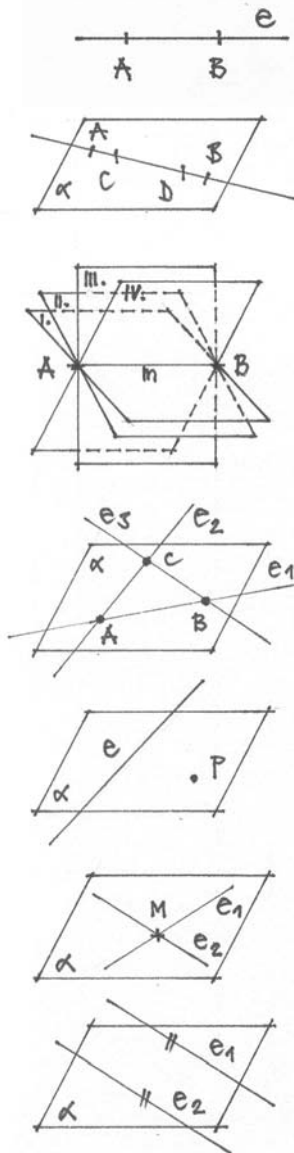


- ha az egyenesnek és a síknak két közös pontja van, akkor az egyenes benne fekszik a síkban



- két síknak lehet egy közös egyenese, ez a síkok metszévonalá nyomvonala, a metszévonal két sík közös pontjainak összessége

1.1.4. Tételek alaptulajdonságai:



- Két ponton át csak *egyetlen egyenes* fektethető (azaz két pont meghatároz egy egyenest).

- Ha az egyenes *két pontja* rajta van a síkon, akkor minden pontja, tehát maga az *egyenes is a síkban fekszik*.

- Két ponton keresztül *számtalan sík* fektethető. Ezek a két pont által meghatározott egyenesben metszik egymást.

- Három ponton át – amelyek nem esnek egy egyenesbe – mindig lehet *egyetlen síkot* fektetni (azaz három nem egy egyenesbe eső pont *síkot* határoz meg).

- Egy egyenes és egy rajta kívül eső pont meghatározza a *síkot*.

- Két metsző egyenes szintén meghatározza a *síkot*.

- Két párhuzamos egyenes is *síkot* határoz meg.

1.1.5. Végtelenben fekvő tételek:

Logikailag egységet teremthetünk, ha elfogadjuk, hogy minden egyenesnek egyetlenegy végtelenben fekvő pontja van.

Párhuzamos egyenesek végtelenben lévő pontja közös. Ez a közös pont a párhuzamos egyenesek metszéspontja.

A sík végtelenben lévő pontjai a síkra illeszkedő egyenesek végtelenben lévő pontjai. E végtelenben lévő pontok halmaza a sík egyetlen végtelenben lévő egyenese.

Párhuzamos síkok végtelenben fekvő egyenese közös.

A tér végtelenben lévő pontjai, illetve egyenesei egy síkra illeszkednek, a tér egyetlen végtelenben lévő síkjára.

1.1.6. Mértani hely fogalma :

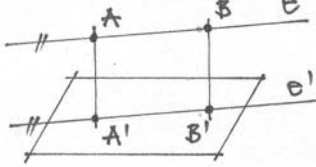
Mértani helynek nevezzük azoknak a pontoknak a halmazát, amelyek bizonyos feltételeket kielégítve helyezkednek el a térben.

A mértani hely pontja a feltételeket kielégítő elhelyezkedésű összes pont, de nem pontja egyetlenegy olyan pont sem, amely nem tesz eleget a feltételeknek

1.2. TÉRGEOMETRIA ALAPTÉTELEI

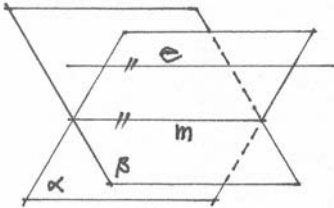
1.2.1.

I. ALAPTÉTEL: Egyenes-sík párhuzamossága



Egy egyenes akkor párhuzamos egy síkkal, ha van a síkban egy olyan egyenes, amely az adott egyenessel párhuzamos.

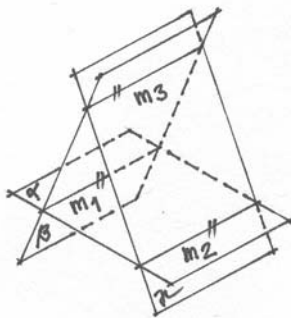
Következménye:



1. Ha a síkkal párhuzamos egyenesre síkot fektetünk, ez a sík az adott síkot, az adott egyenessel párhuzamos egyenesben metszi.

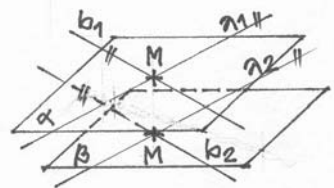
2. Két egymást metsző sík metszésvonalával párhuzamos harmadik sík az adott síkokat a metszésvonallal párhuzamos egyenesekben metszi. Ezek az egyenesek (m_1 ; m_2 ; m_3) egymással is párhuzamosak.

Ha három sík párhuzamos egyenesekben metszi egymást, akkor bármelyik két sík metszésvonala párhuzamos a harmadik síkkal. Tehát ha a három sík páronként metszi egymást, metszésvonalaik (m_1 ; m_2 ; m_3) párhuzamosak.



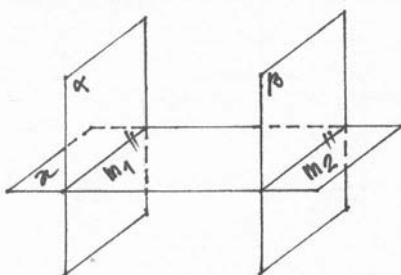
1.2.2.

II. ALAPTÉTEL: sík-sík (két sík) párhuzamossága



Két sík akkor párhuzamos egymással, ha az egyik síkban van két olyan metsződő egyenes, amely a másik sík két egyenesével párhuzamos.

Következménye:

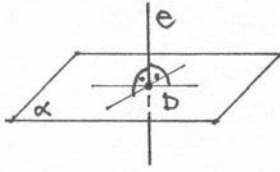


Két párhuzamos síkot egy harmadik sík egymással párhuzamos egyenesekben metszi (m_1 ; m_2).

1.2.3.

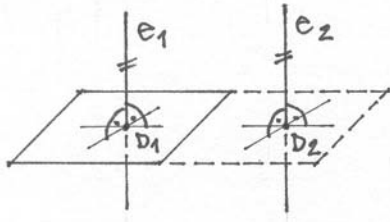
III. ALAPTÉTEL: egyenes-sík merőlegessége

(Síkot metsző egyenesek speciális esete)



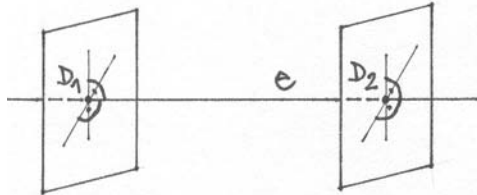
Egy egyenes akkor merőleges a síkra, ha van a síkban az egyenes talp-pontján áthaladó két egyenes, amelyekkel az adott egyenessel külön-külön is derékszöget alkot.

Következménye:

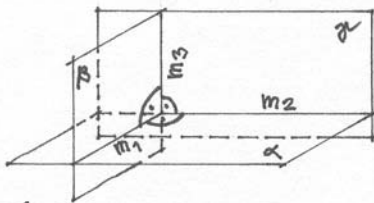


1. Azok az egyenesek, amelyek egy adott egyenes talp-pontján átmennek és az adott egyenesre merőlegesek, egy síkban, az egyenesre merőleges síkban vannak.

2. Ha két egyenes párhuzamos és közülük az egyik egy síkra merőleges, a másik is merőleges erre a síkra.



Ha két egyenes ugyanarra a síkra merőleges, a két egyenes párhuzamos egymással.

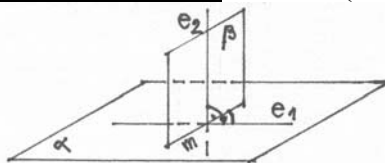


4. Ha két sík ugyanarra az egyenesre merőleges, a két sík párhuzamos egymással.

5. Két sík metszésvonalára merőleges sík mindkét adott síkra merőleges.

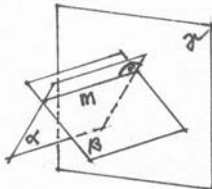
1.2.4.

IV. ALAPTÉTEL: sík-sík (két sík) merőlegessége

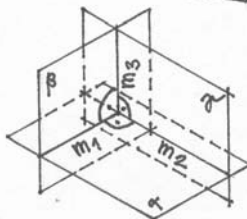


Két sík merőleges egymásra, ha az egyik síkban van olyan egyenes, amely a másik síkra is merőleges.

Következménye:



1. Ha két, egymást metsző sík merőleges egy harmadik síkra, metszésvonaluk is merőleges a harmadik síkra.



2. Ha három sík páronként egymásra merőleges, akkor metszésvonalai is merőlegesek egymásra.

1.2.5. TÉRELEMEK FONTOSABB TÉTELEI ÖSSZEFOGLALVA

a.) PÁRHUZAMOS TÉRELEMEK

1. Két egyenes akkor párhuzamos, ha van összekötő síkjuk, és nincs a végesben fekvő metszéspontjuk.
2. Egy sík és a síkon kívül adott egyenes akkor párhuzamos, ha van a síkban olyan egyenes, amely az adott egyenessel párhuzamos.
3. Két sík párhuzamos, ha van az egyik síkban két olyan különböző irányú egyenes, amely a másik síkkal külön-külön is párhuzamos.
4. Ha két egyenes külön-külön ugyanazzal az egyenessel párhuzamos, akkor a két egyenes egymással is párhuzamos.
5. Adott síkkal adott ponton át egyetlen párhuzamos sík fektethető.
6. Adott síkkal adott ponton át számtalan párhuzamos egyenes húzható. Ezek az egyenesek valamennyien az adott ponton átmenő és az adott síkkal párhuzamos síkban vannak.
7. Ha egy sík két párhuzamos egyenes közül az egyikkel párhuzamos, akkor a másik egyenessel is párhuzamos.
8. Ha egy egyenes egy síkkal párhuzamos, akkor az egyenesen átmenő minden sík az adott síkot az adott egyenessel párhuzamos egyenesben metszi.
9. Ha két sík párhuzamos, akkor mindegyik síknak valamennyi egyenes párhuzamos a síkkal.
10. Ha két párhuzamos síkot egy harmadik sík metsz, akkor a metszéspontok párhuzamosak.
11. Ha két egymást metsző egyenes külön-külön egy adott síkkal párhuzamos, akkor az egyenesek síkja is párhuzamos az adott síkkal.
12. Ha két egymást metsző sík mindegyike ugyanazzal az egyenessel párhuzamos, akkor a két sík metszéspontja is párhuzamos az egyenessel.
13. Ha egy egyenes két párhuzamos sík közül az egyikkel párhuzamos, akkor a másik síkkal is párhuzamos.
14. Ha három sík közül egyik kettő sem párhuzamos egymással, és az egyik sík párhuzamos a másik két sík metszéspontjával, akkor bármelyik sík a másik két sík metszéspontjával párhuzamos. A három metszéspont egymással párhuzamos.
15. Ha két sík külön-külön ugyanazzal a harmadik síkkal párhuzamos, akkor a két sík egymással is párhuzamos.
16. Párhuzamos egyenesekből párhuzamos síkok egyenlő szakaszokat metszenek le.
17. Ha két kitérő egyenes közül az egyiknek egy pontján keresztül a másikkal párhuzamos egyeneseket húzunk, akkor az így nyert egyenesek egy síkban vannak.
18. Két kitérő egyenesen mindig keresztülfektethető egyetlen párhuzamos síkpár. Két kitérő egyenesen azonban egyetlen sík nem fektethető.

b.) MERŐLEGES TÉRELEMEK

1. Ismeretes, hogy az egyenesszög szárai egy egyenesre esnek. Az egyenesszög felét derékszögnek nevezzük. A derékszög szárait azt mondjuk, hogy merőlegesek egymásra.
2. Két egymást metsző egyenes, akkor merőleges egymásra, ha derékszöget zárnak be.
3. Két kitérő egyenes akkor merőleges egymásra, ha a tér egy tetszőleges pontján átmenő és velük párhuzamos két egyenes egymásra merőleges.
4. Egy sík, akkor merőleges egy másik síkra, ha tartalmaz olyan egyenest, amely a másik síkra is merőleges.
5. Egy sík akkor merőleges egy másik síkra, ha merőleges a másik sík egyik egyenesére.
6. Síkban egy ponton keresztül a síkban adott egyenesre csak egyetlen merőleges húzható.
7. Adott egyenes akkor merőleges egy síkra, ha annak két különböző irányú egyenesére merőleges. Az adott egyenes ilyenkor a sík minden egyenesére merőleges.
8. Ha adott egyenes egy síkot úgy metsz, hogy reája nem merőleges, akkor a síknak végtelen sok olyan egyenese van, mely az adott egyenesre merőleges, és végtelen sok olyan egyenese van, mely metszi azt, végül van olyan egyenese, mely merőleges az adott egyenesre, és metszi is. A síkból ezt az egyenest a dőfsponton átmenő és az adott egyenesre merőleges sík metszi ki.
9. Adott egyenesre egy pontban állított valamennyi merőleges egyenes egy síkban van. Ez az egyetlen olyan sík mely a pontban az egyenesre merőleges.
10. Az adott egyenesre egy rajta kívül levő pontból számtalan egyenes bocsátható. Ezek az egyenesek abban az egyetlen síkban vannak, amely az adott egyenesre merőlegesen állítható. Az egyenesek közül csak egy olyan van, amelyik az adott egyenest merőlegesen metszi.
11. Adott síkra egy ponton keresztül csak egy merőleges egyenes bocsátható.
12. Adott ponton át egy egyenesre csak egy merőleges sík állítható.
13. Ha egymásra merőleges síkok egyikében a metszésvonalra merőleges egyenest állítunk, akkor ez a másik síkra is merőleges.
14. Adott síkra egy ponton számtalan merőleges sík állítható. A síkok a pontból az adott síkra bocsátott egyetlen merőleges egyenesen mennek keresztül. Adott síkra merőleges síkok az adott síkra merőleges egyenesekben metszik egymást.
15. Ha két sík merőleges egy harmadik síkra, akkor a két sík metszésvonala is merőleges a harmadik síkra.
16. Ha három sík páronként merőleges egymásra, akkor metszésvonalaik is páronként merőlegesek egymásra.
17. Adott síkra nem merőleges egyenesre egyetlen olyan sík fektethető, amely az adott síkból az egyenesek az adott síkon lévő merőleges vetületét metszi ki.
18. Ha két egyenes kitérő helyzetű, akkor mindig van egy olyan egyenes, amelyik mindkettőt merőlegesen metszi. Ez az egyenes a kitérő egyenesek normáltranszverzálisa.

c.) PÁRHUZAMOS ÉS MERŐLEGES TÉRELEMEK

1. Ha két egyenes ugyanarra a síkra merőleges, akkor párhuzamos egymással.
2. Ugyanarra az egyenesre merőleges két sík párhuzamos egymással.
3. Ha két párhuzamos egyenes közül az egyik merőleges egy síkra, akkor a másik is merőleges a síkra.
4. Ha két párhuzamos sík közül az egyik valamely egyenesre merőleges, akkor a másik is merőleges az egyenesre.
5. Ha egy egyenes egy adott síkra merőleges, akkor bármely, az adott síkkal párhuzamos síkra is.
6. Ha egy sík adott egyenesre merőleges, akkor merőleges bármely, az adott egyenessel párhuzamos egyenesre is.
7. Ha adott egyenes és egy sík ugyanarra az egyenesre merőleges, akkor az adott egyenes a síkkal párhuzamos (vagy benne van).
8. Ha egy sík egy egyenessel párhuzamos és az egyenes egy másik síkra merőleges, akkor a sík is merőleges a másik síkra.
9. Egy síkra számtalan merőleges egyenes állítható, ezek az egyenesek egymással párhuzamosak, közös irányúak. Egy síkhoz egyetlen merőleges irány tartozik ez a *normálisa*.
10. Egy egyenesre számtalan sok merőleges sík állítható, ezek egymással párhuzamosak, közös az állásuk. Egy egyeneshez egyetlen merőleges síkállítás tartozik.

1.3. TÁVOLSÁGOK, SZÖGEK, SZIMMETRIA

A térelemek viszonylagos helyzetétől függően beszélhetünk két térelem távolságáról és szögéről.

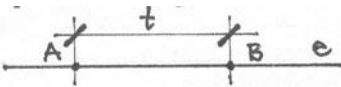
A *távolság* az alakzatok pontjainak *legrövidebb* távolsága és a *merőlegesség* is a jellemzője a fogalomnak.

Rendszerint a *legrövidebb* a definíció alapja, és bizonyítható, hogy ez egyben a merőleges is.

1.3.1. TÁVOLSÁGOK:

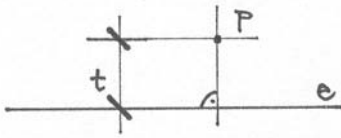
Két pont távolsága :

a két pontot összekötő szakasz hossza



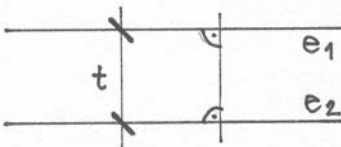
Pont és egyenes távolsága :

a pontból az egyenesre bocsátott merőleges egyenes és az egyenes metszéspontja, valamint az adott pont által határolt szakasz hossza



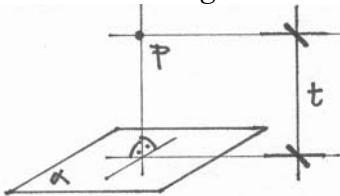
Két párhuzamos egyenes távolsága :

a két egyenest merőlegesen metsző bármely egyenesnek az adott egyenesek közötti merőleges szakasz hossza.



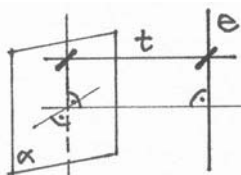
Pont és sík távolsága :

a pontból a síkra bocsátott merőleges egyenes és a sík metszéspontja, valamint az adott pont által határolt szakasz hossza



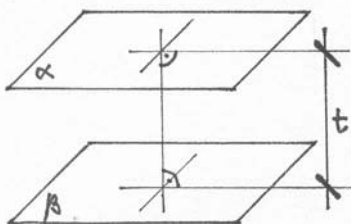
Egyenes és vele párhuzamos sík távolsága :

az egyenes tetszőlegesen kijelölt pontjából a síkra bocsátott merőleges egyenes és a sík metszéspontja



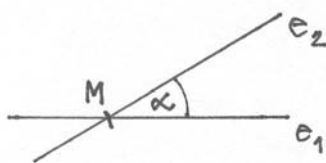
Két párhuzamos sík távolsága :

a két síkra merőleges egyenes, két sík közötti szakaszának hossza



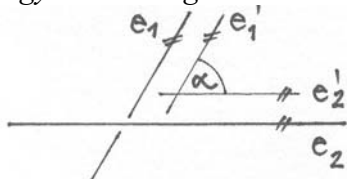
1.3.2. SZÖGEK :

Két metsző egyenes szöge :



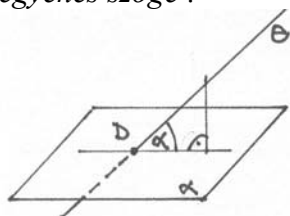
a két egyenes által bezárt szög közül a hegyesszög

Kitérő egyenesek szöge :



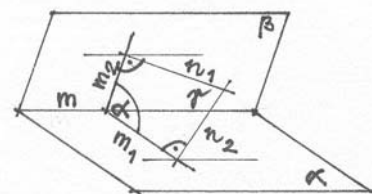
az a hegyesszög, melynek egyik szára az egyik, másik szára pedig a másik kitérő egyenessel párhuzamos

Sík és egyenes szöge :



az egyenesen át az adott síkra merőlegesen fektetett sík és az adott sík metszévonalának az egyenessel bezárt szöge. Ez a szög nem más, mint az adott egyenes és az adott síkra merőleges egyenes szögének pótszöge

Két sík szöge (lapszög) :



bármely két sík metszévonalára merőleges síknak a két síkból kimetszett metszévonalai által bezárt szög

1.3.3. TÉRBELI IDOMOK SZIMMETRIÁJA :

- *Pontra vonatkoztatott szimmetria :*

Két alakzat szimmetrikus egy pontra, ha az egyik alakzat minden pontjának a másik alakzat olyan pontja felel meg, hogy a megfelelő pontokat összekötő összes szakasz felezőpontja egy és ugyanazon pont, a **szimmetriaközéppont**.

- *Egyenesre vonatkoztatott szimmetria :*

Két alakzat szimmetrikus egy egyenesre, a **szimmetriatengelyre**, ha az egyik alakzat minden pontjának a másik alakzat olyan pontja felel meg, hogy a megfelelő pontokat összekötő összes szakaszt a szimmetriatengely merőlegesen metszi és felezi.

- *Síkra vonatkoztatott szimmetria (tükrösség) :*

Két alakzat szimmetrikus egy síkra, a **szimmetriasíkra** (tükörképe egymásnak), ha az egyik alakzat minden pontjának a másik alakzat olyan pontja felel meg, hogy a megfelelő pontokat összekötő összes szakaszt a szimmetriasík merőlegesen felezi.