

2. heti előadás

1.4. VETÍTÉSI MÓDOK, ELVEK :

A műszaki rajz alapvető feladata, térbeli 3 dimenziós alakzatok képeinek előállítás. A térbeli megjelenítés bonyolult, nagy apparátust és költséget igényel (pl. a hologram). Módszereink és eszközeink lehetővé teszik és alkalmasak, hogy a térbeli alakzatokat két dimenzióban, síkban ábrázoljuk.

Nézzük meg, hogyan keletkezik szemünkben a kép?

A valóság formáit szemünk ideghártyájára a szemlencse optikai úton vetíti. Ez a vetítendő kép **kétdimenziós síkkép** a valóság háromdimenziós térformáiról.

A tárgyról visszaverődő fénysugarak vetítik a szem ideghártyájára a képet úgy, hogy a sugarak a szemlencsében metszik egymást.

A fénysugarak metszéspontja a **vetítési középpont**. Ugyanígy keletkezik a fényképezőgéppel készített kép is.

A szemünk és a fényképezőgép a külvilág formáiról úgynevezett **perspektivikus** képet készít. A kép keletkezéséhez (egy pontban metsződő) **vetítősugarak** kellenek, melyek a képet egy képfelfogó felületre (rendszerint sík felületre) a **KÉPSÍK**-ra vetítik.

- Az alakzat síkbeli képéhez a **vetítés (projekció)** módszerével jutunk.
- A kép keletkezésének három *elengedhetetlen feltétele*:

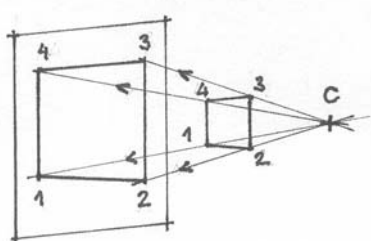
- a.) **a tárgy**
- b.) **a vetítő sugár** (vetítő egyenes)
- c.) és egy rendszerint sík felület = **a képsík**

A tárgy és a képsík pontjait a VETÍTŐ-EGYENESEK rendelik egymáshoz. A tárgy egy pontjának a képe ott van, ahol a rajta átmenő vetítősugár dőfi a képsíkot.

- A vetítésnek *két alapvető* módja:

(Vetítő egyenesek egymáshoz és a képsíkhoz viszonyított helyzete szerint.)

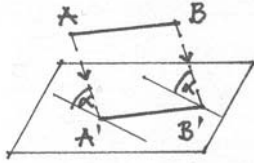
1.) **CENTRÁLIS (KÖZPONTOS) VETÍTÉS-I MÓD**



egy közös pontból indulnak a vetítősugarak, nem párhuzamosak egymással, és nem merőlegesek a képsíkra

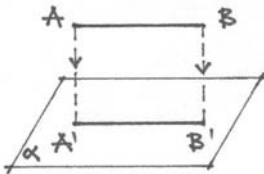
2.) PARALEL (PÁRHUZAMOS) PROJEKCIÓ

a.) FERDE PARALEL



a vetítősugarak, egymással párhuzamosak, de nem merőlegesek képsíkra, hanem szöget zárnak be vele

b.) ORTOGONÁLIS PARALEL PROJEKCIÓ



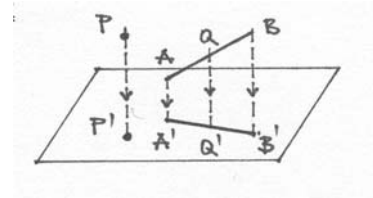
a vetítősugarak egymással párhuzamosak és merőlegesek a képsíkra

A PÁRHUZAMOS VETÍTÉS FONTOSABB JELLEMZŐI:

a pont vetülete : pont

az egyenes vetülete : egyenes

A párhuzamos vetítés tehát EGYENESTARTÓ leképezés.



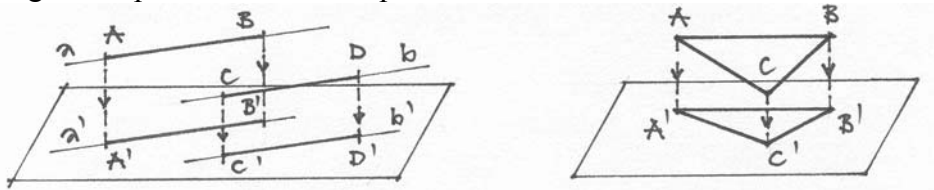
A párhuzamos vetítés ARÁNYTARTÓ :

Ha egy szakaszt egy pont két részre oszt, a két részzel hosszának aránya a vetületen is ugyanakkora. A szakasz felezőpontjának vetülete felezi a szakasz vetületét.

PÁRHUZAMOSSÁGTARTÓ :

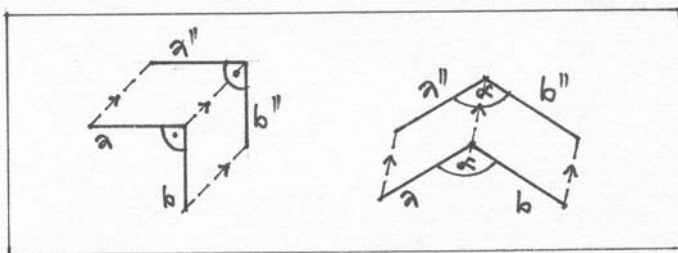
Párhuzamos egyenesek képei is párhuzamosak. A képsíkkal párhuzamos síkban lévő síkidom és vetülete egybevágó (EGYBEVÁGÓSÁG)

Ebből a tételből következik: hogy valamely szög nagysága a vetületben nem változik, ha a szög szárai párhuzamosak a képsíkkal.



Merőleges vetítéskor a derékszög vetülete derékszög marad, ha legalább az egyik szögészár benne fekszik a síkban, vagy azzal párhuzamos. Ekkor ugyanis a derékszög másik szárának vetítősíkja – függetlenül a szögészár helyzetétől – ugyanaz a sík.

Merőleges vetítés esetén valamely egyenes szakasz vetületének hossza az eredeti hosszal vagy egyenlő, vagy annál rövidebb.



1.5. TÉRELEMEK ÁBRÁZOLÁSI MÓDJAI

1.5.1. PERSPEKTÍVA

(CENTRÁLIS, KÖZÉPPONTOS VETÍTÉSI MÓD)

(Nevezik még TÁVLATTANNAK, LÁTSZATTANNAK)

A bennünket körülvevő világot szemünk perspektivikus képekben látja, vagyis ez a vetítési rendszer közelíti meg legjobban a valóságot.

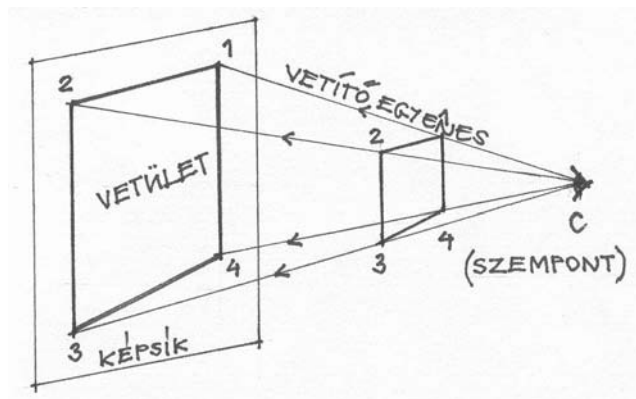
Tehát a kép keletkezéséhez egy pontban metsződő vetítősugarak kellenek, melyek a képet egy képfelfogó felületre (rendszerint sík felületre) vetítik. Más megfogalmazásban bármilyen térbeli elem perspektivikus képét sugarak vetítik egy adott síkfelületre. Ez a felület a **képsík**. A vetítősugarak ennél a rendszerrel egy pontban metszik egymást. A vetítősugarak metszéspontja a vetítési középpont ($C = \text{centrum}$). A vetület (**a kép**) ott keletkezik, ahol a vetítendő tárgy pontjait súroló sugarak elérik a képsíkot. A testek, síkidomok, egyenesek, görbék pontjait vetítjük, a pontképek megfelelő összekötésével kapjuk a térbeli elem képét, vetületét.

Mindig tudni kell, hogy a szerkesztés vonalainak melyek a térbeli megfelelői!

Ha egy térbeli alakzatot ábrázolunk a rajzlap síkján, az alakzat minden pontjának megfelel a rajz síkjának egy pontja. Ez a pont a térbeli pont **KÉPE (VETÜLETE)**. A pontok képét tartalmazó síkot nevezzük **KÉPSÍKNAK**.

Ha a képsíkot függőlegesnek választjuk, nézzük egy pont térbeli képét (vetületét) a képsíkban.

Legyen ez a pont az ábránk **1** pontja. Fekessünk egyenest az **1** ponton át közös metszéspontból. Ennek az egyenesnek a képsíkkal alkotott metszéspontja (dőféspontja) a pont képe. Az egyenes a pontot a képsíkra vetíti, ez az egyenes a **VETÍTŐ EGYENES (VETÍTŐ SUGÁR)**, a pont képét a pont **VETÜLETÉNEK** nevezzük.

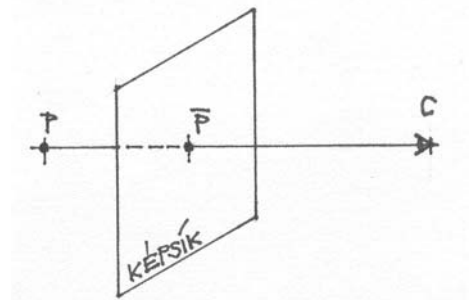


Tehát, ha a vetítő egyenesek (vetítő sugarak) egy pontban metszik egymást (**VAN EGY KÖZÖS PONTJUK**), akkor középpontos vetítésről beszélünk. Ezt a közös pontot szempontnak, vetítési középpontnak, **CENTRUMNAK** nevezzük. Jele: C

Az így készült képről az alakzat (a tárgy) könnyen felismerhető, de méretei közvetlenül nem állapíthatóak meg. Az ábrázolandó tárgy mérete úgy választandó meg, hogy a képe elférjen egy csúcsával a szemre illeszkedő, a képsíkra merőleges tengelyű, 30° -os csúcshögű látókúpnak a képsíkkal alkotott metszetsíkára. E körbe eső része a képnek természetesen hat, ezen körön kívüli részek torzulnak.

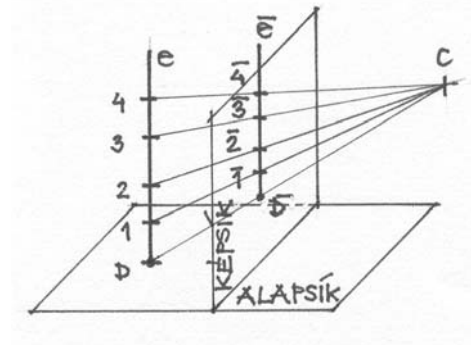
TÉRELEMEK VETÜLETE:**1. Pont vetülete:** pont

A pont vetülete, a pontot a középponttal (szemmel) összekötő egyenesnek a képsíkkal alkotott metszéspontja (dőféspontja).

**2. Egyenes vetülete:** egyenes

Az egyenes vetülete egyenes, mert az egyenes pontjait a középponttal összekötő egyenesek síkot alkotnak, ez a sík a képsíkot egyenesben metszi.

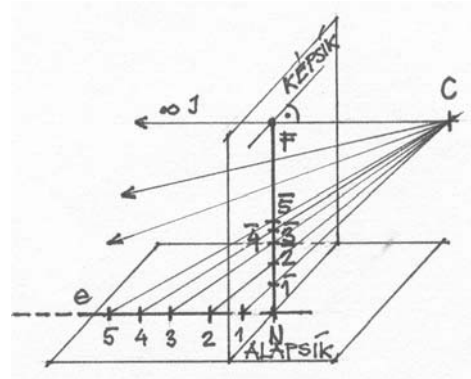
a.) függőleges egyenes vetülete : függőleges egyenes



b.) képsíkra merőleges egyenes vetülete:

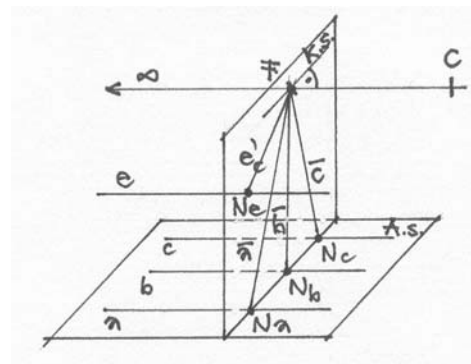
Az alapsíkban fekvő egyenes a képsíkot a két sík (ALAPSÍK és KÉPSÍK) metszés-vonalának, az ALAPVONALNAK egy pontjában dőfi. Az egyenesnek a képsíkkal alkotott dőféspontja az egyenes NYOMPONTJA. Jele : N. A nyompont a képsíkban van, vetülete önmaga. Az egyenes vetülete a nyomponton megy át. Ha az egyenes végtelen távoli pontját összekötjük a középponttal (szemponttal), akkor belátható, hogy ez az összekötő egyenes párhuzamos az alapsíkban lévő egyenessel, vagyis az összekötő egyenes is merőleges a képsíkra. Dőféspontját a képsíkon FŐPONTNAK nevezzük. Jele : F.

Az egyenes vetülete e felé a pont felé irányul, ez a pont az egyenes IRÁNYPONTJA, jele : I.



c.) képsíkra merőleges párhuzamos egyenesek vetülete:

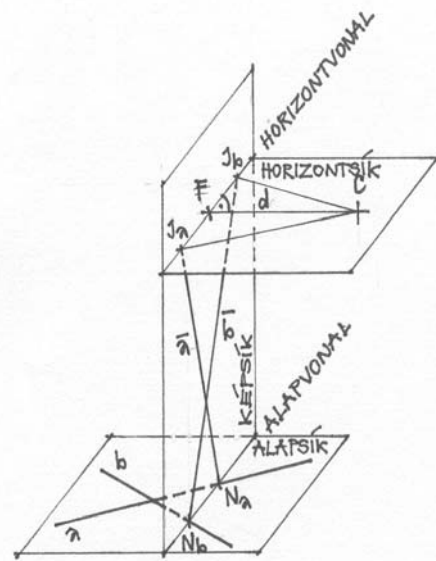
Ha az alapsíkban több a képsíkra merőleges egyenest veszünk fel, ezek egymással párhuzamosak. A végtelen távoli pontjukat a középponttal (szemponttal) ugyanaz az egyenes köti össze, amely a képsíkot a főpontban dőfi. Az egyenesek képe mind a főpontba irányul. Ha az egyenes nem az alapsíkban van, akkor is a főpontba irányul a vetülete.



MEGÁLLAPÍTHATJUK, hogy a képsíkra merőleges egyenesek iránypontja a főpont, továbbá, hogy a párhuzamos egyeneseknek közös iránypontjuk van.

d.) alapsíkban fekvő, vagy alapsíkkal párhuzamos, de általános helyzetű egyenesek vetülete :

Az egyenesek a képsíkot az alapvonalon fekvő N_a és N_b nyompontokban metszik. Az „a” egyenes végtelen távoli pontját a középponttal (szem-ponttal) összekötve a képsíkot az I_a pontban metszi. Az „a” egyenes e felé a pont felé irányul, ezt a pontot az egyenes **IRÁNYPONTJÁNAK** nevezzük. A „b” egyenes hasonlóképpen az I_b felé irányul. Az I_a-C és az I_b-C egyenesek az alapsíkkal párhuzamos síkot határoznak meg. Ez a sík a képsíkot az alapvonalal párhuzamos egyenesben metszi. Ezen az egyenesen (metszésvonalon) vannak az alapsíkban fekvő egyenesek iránypontjai. Ezt az egyenest **HORIZONTVONALNAK** (látóhatárnak) nevezzük. A horizontvonal a főponton halad át.

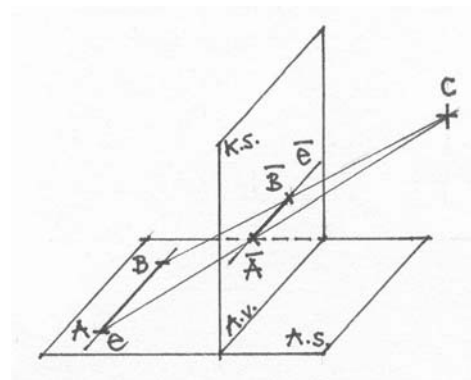


Ha az egyenes nem fekszik az alapsíkban, de párhuzamos vele, iránypontja ugyancsak a horizontvonalon van.

Az alapsíkot vízszintesnek választottuk, tehát kimondhatjuk, hogy a vele párhuzamos egyenesek is vízszintesek és a vízszintes egyenesek iránypontjai a horizontvonalon vannak.

e.) alaponallal párhuzamos egyenesek vetületei :

Az egyenes és a középpont által meghatározott sík a képsíkot az alapvonalal párhuzamos egyenesbe metszi. Tehát az alaponallal párhuzamos egyenes akár az alapsíkban fekszik, akár csak párhuzamos vele, vetülete az alaponallal párhuzamos egyenes lesz.



f.) síkok vetülete:

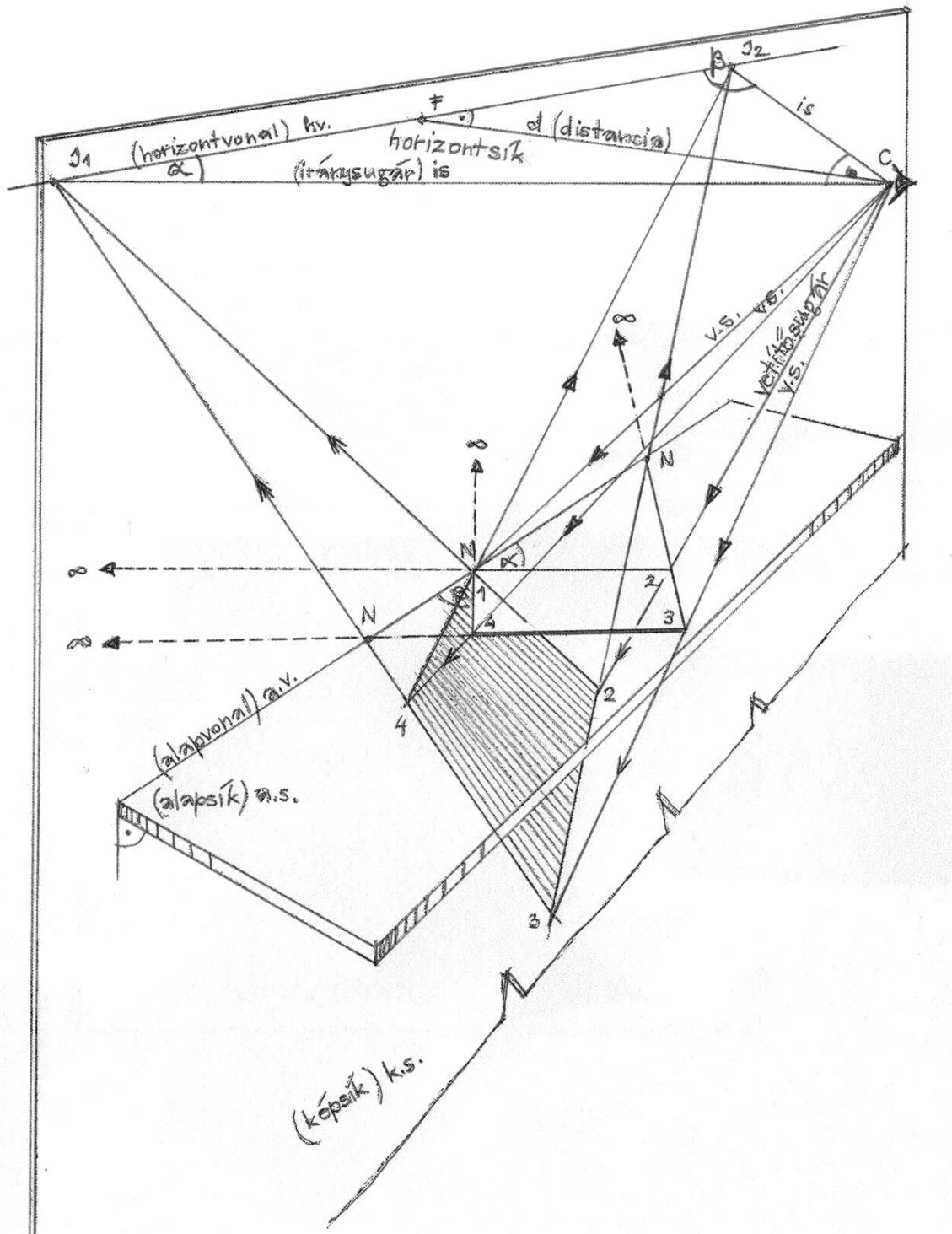
A síkok vetületeinek szerkesztését csak sokszögek ábrázolására korlátozzuk, a sokszögeket, határoló egyenesek vetületének megszerkesztésével. Síkbeligörbét pl. kört, pontjainak megszerkesztésével ábrázoljuk.

(Lásd: 1.- 2.- 3. ábra+ gyak. feladatok)

g.) térbeli alakzatok vetületeinek ábrázolása :

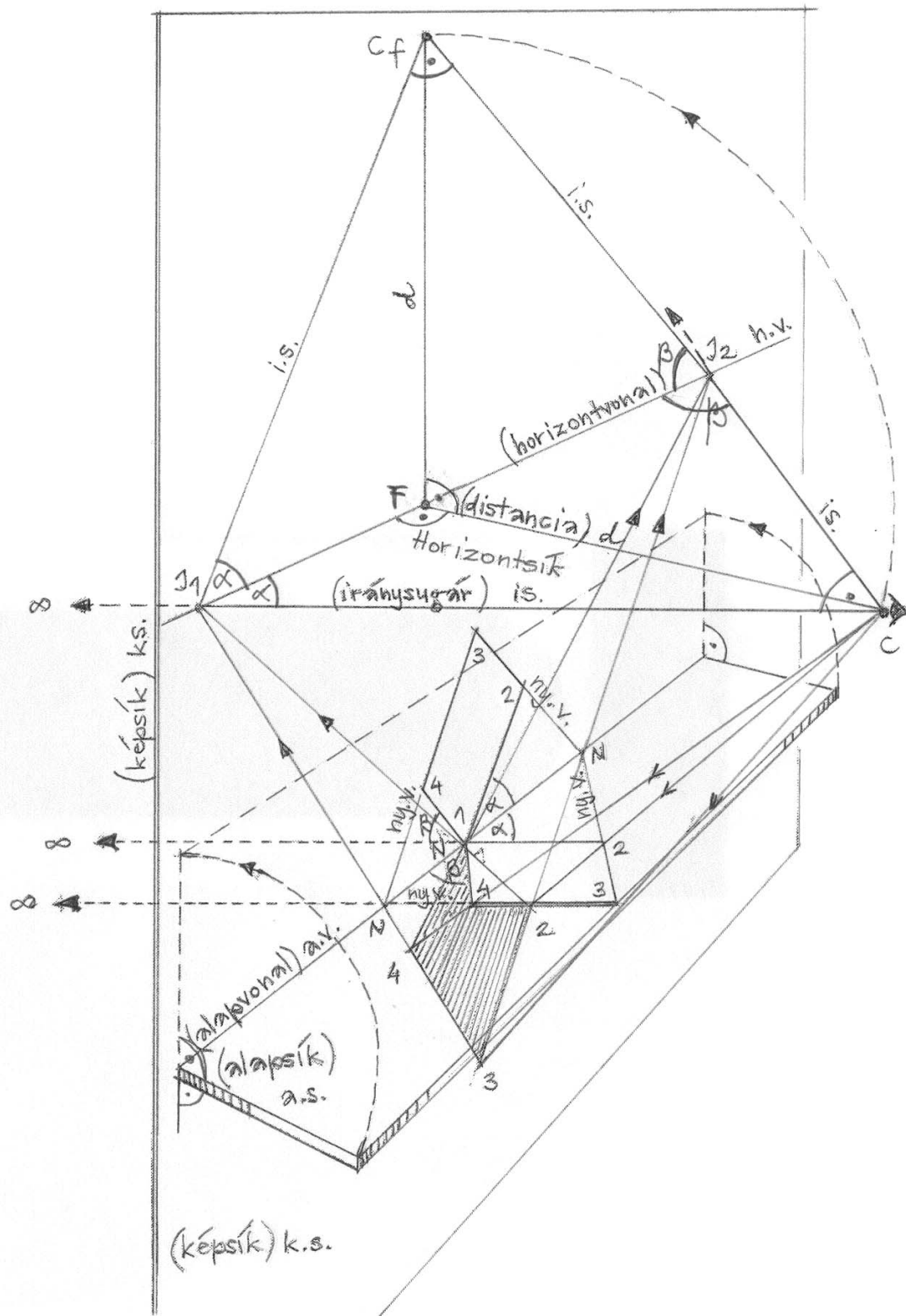
Ha valamilyen térbeli alakzatot (síkot, síklapu testet, épületet) akarunk ábrázolni, akkor *ismernünk kell az alakzat méreteit, az alakzatnak a képsíkhöz viszonyított helyzetét, valamint a középpontnak (szem-pontnak) a képsíkhöz viszonyított helyzetét.*

(Lásd: 1.- 2.- 3. ábra+ gyak. feladatok)

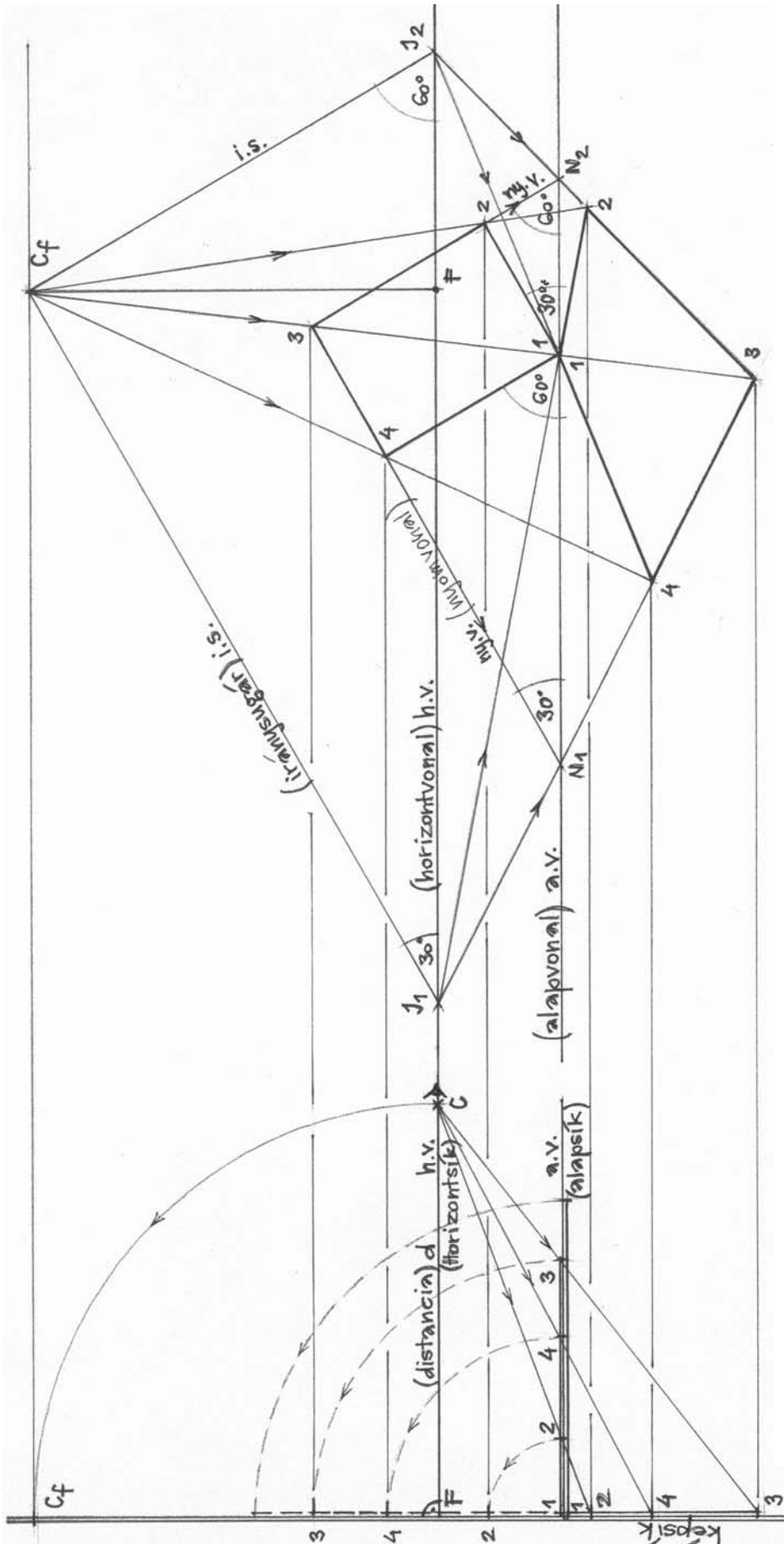


1. ábra : Síkidom (téglalap) perspektívája
(téргеometriai törvényszerűségeinek térbeli nézete)

- Az ábra tudatos és figyelmes tanulmányozásával a középpontos vetítés térgeometriai törvényei leolvashatóak.
- Ez a modell egyszerű eszközökkel könnyen előállítható, az ábra alapján el is képzelhető. Feszítsünk egy függőleges falfelületre egy nagyobb méretű papírlapot, legyen ez a **képsík** (rövidítve: **k.s.**). Illesszünk elé vízszintesen, a falsíkra/képsíkra merőlegesen egy üveglapot, ez lesz az **alapsík** (rövidítve: **a.s.**). Középpontként/**centrumként** (rövidítve: **C**) használjunk pontszerű fényforrást, pl.: gyertyát vagy zseblámpaizzót.
- Helyezzünk az **alapsíkra**/üveglapra egy síkidomot, pl.: egy téglalapot, az ábrán látható módon, csúcsait megszámozva. Egyik csúcsát (pl.: az **1** számút) illesszük az **alapsík**/üveglap és a **képsík**/falsík metszésvonalára, úgy hogy az **1-2-es él „ α ”** szöveget, az **1-4-es él „ β ”** szöveget zárjon be a metszésvonallal.
- Tartsuk a fényforrást/**centrumot**, mint vetítési középpontot az üveglap fölé, a képsíktól/falsíktól bizonyos távolságra. A **képsík** és a **centrum közötti merőleges távolságot** **distanciának** (képtávolságnak) nevezzük, rövidítve **d** betűvel jelöljük. A fénysugarak, mint **vetítősugarak** (rövidítve: **v.s.**) súrolják a téglalap egyenes éleit. E fénysugarak/**vetítősugarak** élesen kirajzolják a falra erősített papírlapon/**képsíkon** a téglalap árnyékát, amit nevezünk geometriai nyelvén **képnek**, vagy **vetületnek**.
- Ha a fényforrásra/centrumra illesztünk egy szintén vízszintes síkot, úgy hogy a falsíkra/**képsíkra** merőleges legyen, megkapjuk a szem-pont síkját/**horizontsíkot** (rövidítve: **h.s.**). A horizontsík és a képsík **metszésvonalát** **horizontvonalnak** (rövidítve: **h.v.**), az alapsík és a képsík **metszésvonalát** **alapvonalnak** (rövidítve: **a.v.**) nevezzük. A horizontsík, az alapsík vízszintesek és merőlegesek a képsíkra, ebből következően a **horizontvonal és az alapvonal párhuzamosak egymással**.
- Ha az alapsíkon/üveglapon fekvő téglalap oldaléleit meghosszabbítjuk az alapvonalig, megkapjuk az oldalélek **nyompontjait** (rövidítve: **N**). Ha a vetület/árnyék oldaléleit is meghosszabbítjuk, akkor a **térben párhuzamos, vízszintes oldalélek** vetítő egyenesei a távoldás irányában összehajlónak/összetartónak látszanak és a nyomponton keresztül, a horizontvonalon metszik egymást. Ezt a metszéspontot **iránypontnak** nevezzük (rövidítve: **I**). A két-két párhuzamos (a valóságban, a térben párhuzamos) oldalél két (**I₁** és **I₂**) iránypontot ad. Az iránypontok egyben a centrumból/fényforrásból bocsátott **iránysugarak** (rövidítve: **i.s.**) és a horizontvonal metszéspontjai is. Az iránysugarak párhuzamosak az alapsíkon/üveglapon lévő síkidom két (4-3-as és 2-3-as) oldalának élével.
- Már említettük, hogy a centrumból a képsíkra bocsátott merőlegest a distancia, ennek a merőleges vetítő egyenesnek a képsíkkal alkotott dőféspontja a főpont (rövidítve: **F**).
- Az iránypontok és a főpont ugyanazon az egyenesen, a horizontvonalon sorakoznak, az alapvonalon pedig a nyompontok.
- Ha előállítottuk a fent leírt modellt, akkor mielőtt elkezdjük a rajzolást, kísérletezzünk még egy kicsit. Figyeljük meg milyen változást okoznak az árnyékon/vetületen, ha pl.: a fényforrást/centrumot függőlegesen felfelé-lefelé mozgatjuk, illetve ha a képsíktól való távolságot csökkentjük vagy növeljük. Alkalmazzunk síkidom helyett téglatestet (gyufásdoboz), vagy hengeres tárgyat.



2. ábra : Alapsík és horizontsík képsíkba forgatásának térbeli nézete



Perspektíva alapfogalmak

- (a.v.) a képsíkra merőleges sík élből látszó képe/ az alapsík és a képsík metszésvonala
- (h.v.) a „szem-pont” vonala, a (szem-sík) horizontsík és a képsík metszésvonala
- (d) a középpont (C = CENTRUM)/szem-pont és a képsík közötti távolság
- (C_p) a vetítési középpont (C) képsíkba forgatott képe
- (F) a vetítési középpontból a képsíkra bocsátott merőleges
- (I) egymással párhuzamos egyenesek végtelen távoli metszéspontja
- (N) a vetítő egyenes képsíkban (alapvonalon) fekvő pontja
- (i.s.) i.s.; ny.v. egymással párhuzamosak. A sík irányvonaljai a sík irányvonalán (horizontvonalán) sorakoznak.
- (ny.v.) a sík egyeneseinek nyompontja a sík nyomvonalán (alapvonalán) sorakoznak.

- ALAPVONAL
- HORIZONTVONAL
- DISTANCIA
- FORGATOTT CENTRUM
- FŐPONT
- IRÁNYPONT
- NYOMPONT
- IRÁNYVONAL/IRÁNYVONALSUGÁR
- NYOMVONAL

3. ábra Képsíkba forgatás oldalmézete + perspektíva síkban való szerkesztése

- Mielőtt a síkba forgatást elvégeznénk, foglaljuk össze az előzőekben leírtakat és olvassuk el a 6. oldal g.) pontját!
A téglalapot úgy helyeztük az alapsíkra, hogy az egyik csúcsa (1) illeszkedjen az alapvonalra. A téglalap mérete: hosszabb éle (h), rövidebb éle (sz). A hosszabb él α , a rövidebb él β szöget zár be az alapvonalal.
Mivel az 1 jelű sarokpont illeszkedik az alapvonalra, az 1 sarokpont perspektivikus képe már kész, mert ennek a pontnak az „árnyéka” önmaga.
A centrum (C) távolsága a képsíktól d távolságra van. A horizontvonal helyét a főponttal (F) tűzzük ki. A centruból a képsíkra bocsátott merőlegese adja a főpontot. A téglalap képsíkra illeszkedő csúcsa (1) az alapvonal helyét adja meg. Tehát F ponton át megrajzolt vízszintes egyenes a horizontvonalat, a téglalap 1-es csúcspontján át húzott egyenes az alapvonalat határozza meg. Az alapvonal és a horizontvonal egymással párhuzamos egyenesek.
- A rajzot csak egy síkon (a papírlapunk síkjában) lehet elkészíteni, így modellünk három síkját (képsík, alapsík, horizontsík) egyesíteni kell.

Mindig tudni kell, hogy a szerkesztés vonalainak melyek a térbeli megfelelői!

A további információk a **2. és 3. ábrára** értelemszerűen egyaránt vonatkoznak.

- Az alapsíkot (**a.s.**) az alapvonal (**a.v.**) körül, a horizontsíkot (**h.s.**) a horizontvonal (**h.v.**) körül felfelé forgatjuk a képsík (**k.s.**) síkjába. A forgatás irányát az ábrán ívek jelzik. Az eddig térben elhelyezkedő elemek most egy síkba rendeződnek, megtartva térbeli kapcsolatukat. A téglalap az alapvonal fölé kerül, megtartva az alapvonalal bezárt α , és β szögét. A vetítési középpont/centrum (C) a horizontvonal fölé kerül, természetesen a distancia (**d**) távolságot megtartva, és ekkor forgatott centrumnak (**C_f**) nevezzük. A vetítési sugarakat a centrum magával viszi, azok továbbra is összekötik a téglalap csúcsaival.
- Hosszabbítsuk meg a téglalap éleit az alapvonalig, ezek a metszéspontok az alapvonalon a nyompontok (**N₁; N₂**), illetve ezek a pontok már az egyenesek perspektivikus képpontjai. Ezekre a pontokra illeszkednek az egyenesek perspektivikus megfelelői. Az egymásnak megfelelő oldalélek az *alapvonalon, a nyompontokban metszik egymást*. A végtelenbe vetített téglalap élek végtelen távoli pontjait vetítik az irányugarak (**i.s.**), melyek párhuzamosak a téglalapoldalakkal. Forgatott helyzetben is *párhuzamosak maradnak az irányugarak a téglalap képsíkba forgatott éleivel*, ezért α , és β szögben metszik a horizontvonalat a forgatott centruból (**C_f**) kiindulva, és merőlegesek egymásra. Ahol az irányugarak (**i.s.**) metszik a horizontvonalat, ott vannak a téglalap élek végtelen távoli pontjainak perspektivikus képei. Ezek a metszéspontok az iránypontok (**I₁; I₂**).
- Az iránypontok (**I₁; I₂**) és nyompontok (**N₁; N₂**) összekötésével megrajzolhatjuk a téglalap perspektivikus képét. Ezek a vonalak négyszöget zárnak be, ez a négyszög a **téglalap perspektivikus képe**.
- Rajzunk pontosságát ellenőrizhetjük a forgatott vetítésugarakkal. Ezek a téglalap és perspektivikus képének megfelelő csúcsait kötik össze a forgatott centrummal (**C_f**).