

PMKMALB001J Matematika I.
Levelező-távoktatás, villamosmérnök szak

MATEMATIKA

(A tantárgy tartalma és a tananyag elsajátításának időterve.)

Összeállította: Dr. Sárvári Csaba

Tankönyvek (mindhárom félévre):

1. Scharnitzky Viktor: Vektorgeometria és lineáris algebra (Matematika a műszaki főiskolák számára, 42439/1. számú) (a továbbiakban: **VGLA**)
2. Kovács József - Takács Gábor - Takács Miklós: Analízis (Matematika a műszaki főiskolák számára, 42440. számú) (a továbbiakban: **ANAL**)
3. Scharnitzky Viktor (szerk.): Matematika feladatok Analízis (Matematika a műszaki főiskolák számára, 42320. számú) (a továbbiakban: **FEL**)

A tankönyvek a főiskolán illetve a nagyobb könyvesboltokban szerezhetők be. A tananyag elsajátításának időtervében ezeknek a tankönyveknek a rövidített címére hivatkozva adjuk meg a tanulmányozandó fejezeteket!

1. félév

A tantárgy tartalma

A lineáris algebra alapjai

Térbeli vektorok, vektorműveletek

Mátrix és determináns

Lineáris egyenletrendszer és megoldása a Cramer szabállyal

A függvénytan alapjai

Halmazelméleti alapismeretek

A függvény általános fogalma

A vektoranalízis egyes függvényeinek, továbbá ezek differenciálhányadosainak és határozott integráljainak geometriai értelmezése

Valós számsorozatok és egyváltozós valós függvények

A valós számsorozat és az egyváltozós valós függvény fogalma, egymással való kapcsolatuk

A valós számsorozat tulajdonságai: monotonitás, korlátosság, torlódási pont, határérték;

konvergens és divergens sorozat

Az egyváltozós valós függvények tulajdonságai és osztályozásuk:

értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, alaki viszonyok, határérték, folytonosság

elemi alapfüggvények

elemi alapfüggvényekre való visszavezetés (lineáris kombinációval; szorzatként és hányadosként; összetett függvény; speciális összetett függvény: az inverz függvény)

Az egyváltozós valós függvény differenciálszámítása és ennek alkalmazásai

A differencia- és differenciálhányados definíciója, ezek geometriai értelmezése

A differenciálhatóság és a folytonosság kapcsolata

A derivált függvény definíciója

Differenciálási szabályok

A differenciálhányadosok és az alaki viszonyok kapcsolata

L'Hospital-szabály

Függvényvizsgálat, mint a differenciálszámítás alkalmazása

A tananyag elsajátításának időterve

1. konferencia

A lineáris algebra alapjai

A térbeli vektorok fogalma; műveletek a térbeli vektorokkal, (különösen a skaláris és a vektoriális szorzás); másod- és harmadrendű determináns, továbbá ezek alkalmazásai (VGLA: az 1. VEKTORGEOMETRIA fejezet, **kivéve az 1.2.3. és az 1.4. pontokat**)

A mátrix és a magasabb rendű determináns (VGLA: a 2. LINEÁRIS ALGEBRA fejezetből a 2.1. és 2.2. pontok)

Lineáris egyenletrendszer megoldása a CRAMER szabály segítségével

A tananyag önálló feldolgozásának időterve

1. egység (kb. 10 óra): az 1. VEKTORGEOMETRIA fejezetből kijelölt részek áttanulmányozása,

majd a FEL 2.18.; 2.21.; 2.27.; 2.35.; 2.54. és 2.62. számú feladatok megoldása.

2. egység (kb. 10 óra): a 2. LINEÁRIS ALGEBRA fejezetből a kijelölt részek áttanulmányozása, majd a FEL 3.1./c; 3.3./a,c; 3.5.; 3.11.; 3.21. és 3.30./a,b,c számú feladatok megoldása.

3. egység (kb. 10 óra): a "lineáris egyenletrendszerek ..." részből **a saját jegyzet** áttanulmányozása,

majd a FEL 3.31./a,b; 3.32./a,b és 3.37. számú feladatok megoldása.

2. konferencia

A függvénytan alapjai

Halmazelméleti alapismeretek:

- a halmaz fogalma és a halmazműveletek;
- a valós számok halmaza;
- a sík és térbeli vektorok halmaza.

Leképezések, a függvény fogalma:

- egyváltozós, valós (értékű) függvény;
- skalár-vektor függvény (két illetve három dimenziós vektor változós, valós (értékű) függvény);
- vektor-skalár függvény (egyváltozós, vektor (értékű) függvény);
- vektor-vektor függvény (két illetve három dimenziós vektor változós, két illetve három dimenziós vektor (értékű) függvény).

3

A derivált függvény x_0 (valós szám illetve vektor) helyen vett helyettesítési értékének geometriai jelentése a különféle függvényfajták esetében.

A határozott integrál értelmezése a különféle függvényfajták esetében.

A tananyag önálló feldolgozásának időterve

1. egység (kb. 10 óra): az ANAL 1. Halmazelméleti ismeretek című fejezet, az 1.3. Számhalmazok korlátossága című **rész kivételével**.

2. egység (kb. 10 óra):

- a 2. Egyváltozós valós függvények című fejezetből
- a 2.2.1. A függvény megadása;
- az 5. Többváltozós valós függvények című fejezetből
- az 5.1. Az \mathbf{R}^n tér (az 5.1.2. kivételével);
- az 5.2. fejezetből az 5.2.1. A többváltozós függvények fogalma, megadási módjai című rész;
- a VGLA Függelék 1. Fejezetéből
- az 1.1. Az egy skaláris változótól függő vektorfüggvény

3. egység (kb. 10 óra):

- a VGLA Függelék 3. Fejezetéből
- a 3.1. A három skaláris változótól (vektortól) függő vektorfüggvény
- az ANAL 3.1.1. A differencia- és differenciálhányados című rész;
- az ANAL 4. Az egyváltozós valós függvények integrálszámítása című fejezet bevezető része és 4.1. A határozott integrál című fejezet bevezető része;

A 2. konferencia tananyagának feldolgozása – azaz a kijelölt fejezetek gondos áttanulmányozása

– után, házi feladatként, önálló jegyzetet kell készíteni!

3. konferencia

A valós számsorozatok és az egyváltozós valós függvények

A valós számsorozat

- valós számsorozat fogalma és megadása;
- valós számsorozat tulajdonságai: monotonitás, korlátosság, torlódási pont, határérték;
- konvergens és divergens sorozat;
- néhány nevezetes sorozat határértéke;
- műveletek konvergens sorozatokkal.

Az egyváltozós valós függvények tulajdonságai és osztályozásuk

- függvénytani alapfogalmak:
- értelmezési tartomány,
- értékészlet,
- monotonitás,
- alaki viszonyok,
- határérték és folytonosság;
- elemi függvények:
- algebrai függvények:
- racionális függvények,
- irracionális függvények;
- transzcendens függvények:
- trigonometrikus függvények és inverzeik,
- exponenciális és logaritmus függvények,
- hiperbolikus függvények és inverzeik,
- elemi alapfüggvényekre való visszavezetés:
- lineáris kombinációként,
- szorzatként és hányadosként;
- összetett függvény

- egy speciális összetett függvény: az inverz függvény.

A tananyag önálló feldolgozásának időterve

1. egység (kb. 10 óra): az ANAL 2. Egyváltozós valós függvények fejezetének 2.1. Számsorozatok című részének áttanulmányozása, majd a FEL 5.19.; 5.28.;

5.79. számú feladatok megoldása

2. egység (kb. 10 óra): az ANAL 2. Egyváltozós valós függvények fejezetének 2.2.

Függvények alaptulajdonságai és 2.3. Elemi függvények című részének áttanulmányozása, majd az elemi függvények, csoportonként egyazon koordinátarendszerben való ábrázolása:

3. egység (kb. 10 óra): A FEL 6.52. számú feladatok megoldása.

4. konferencia

Egyváltozós valós függvények differenciálszámítása I.

Általános differenciálási szabályok:

- konstanssal szorzott függvény
 - két függvény összegének
 - két függvény szorzatának
 - két függvény hányadosának
 - az összetett függvény
 - az inverz függvény
- differenciálási szabálya.

Elemi függvények differenciálása:

- a konstans függvény
 - az 1-nél nagyobb, egész kitevős hatványfüggvény
 - a racionális és irracionális kitevőjű hatványfüggvény
 - a trigonometrikus függvények és inverzeik
 - a logaritmus és exponenciális függvény
 - a hiperbolikus függvények és inverzeik
- differenciálásának szabálya.

Speciális differenciálási szabályok:

- a logaritmikus differenciálás
 - a paraméteres alakban adott függvény differenciálásának
 - az implicit alakban adott függvény differenciálásának
- szabálya.

A tananyag önálló feldolgozásának időterve

1. egység (kb. 10 óra): az ANAL 3. Egyváltozós valós függvények differenciálszámítása fejezetéből a 3.1.1. rész átismétlése, valamint a 3.1. alfejezet további

részeinek és a teljes 3.2. alfejezet áttanulmányozása. **Különös hangsúlyt kell fektetni a 3.2.3. Példák deriváltak kiszámítására című alfejezet igen gondos áttanulmányozására.**

2. és 3. egység (kb. 10 - 10 óra): a differenciálási szabályok begyakorlása a FEL alábbi feladatainak megoldásával:

7.2.; 7.3.; 7.4.; 7.5.; 7.8.; 7.10.; 7.17.; 7.20.; 7.22.; 7.23.; 7.27.;

7.33.; 7.39.; 7.41.; 7.46.; 7.52.; 7.55.; 7.59.; 7.61.

5. konferencia

Egyváltozós valós függvények differenciálszámítása II.

A differenciálszámítás középérték tételei:

- a Rolle-,
- a Lagrange- és
- a Cauchy-féle középérték tétel.

6

Magasabb rendű deriváltak

Egyváltozós valós függvény határértékének kiszámítása: a L'Hospital szabály

A függvénydiszkusszió

A tananyag önálló feldolgozásának időterve

1. egység (kb. 10 óra): az ANAL 3.3. A differenciálszámítás középérték tételei c. alfejezet, - különös tekintettel a Rolle- és a Lagrange-féle középérték tételek geometriai tartalmára, - továbbá a 3.4. Magasabb rendű differenciálhányadosok c. alfejezet áttanulmányozása.
2. egység (kb. 10 óra): az ANAL 3.6. fejezet 3.6.1. Határérték számítás ... c. és 3.6.2. Függvénydiszkusszió c. alfejezeteinek áttanulmányozása.
3. egység (kb. 10 óra): a differenciálszámítás alkalmazásainak begyakorlása a FEL alábbi feladatainak megoldásával:
7.75.; 7.79.;
7.89.; 7.90.;
7.91.; 7.92.; 7.101.; 7.115.; 7.116.;
7.130.; 7.131.; 7.133.; 7.135.; 7.137.

Összefoglaló kérdések az I. félév matematika tananyagához

01. Melyek a vektor jellemzői?
02. Milyen tulajdonságai vannak a térbeli bázisvektoroknak?
03. Milyen fajta szorzásokat ismer a térbeli vektorok körében?
04. Mit értünk két vektor skaláris szorzata alatt és hogyan kell kiszámítani azt a vektorok megadott koordinátáiból?
05. Mit értünk két vektor szögén?
06. Hogyan kell kiszámítani két vektor szögét?
07. Mi a determináns?
08. Hogyan kell kiszámítani egy másodrendű determináns értékét?
09. Hogyan kell kiszámítani egy n-edrendű determináns értékét?
10. Mit értünk két vektor vektoriális szorzata alatt és hogyan kell kiszámítani azt a vektorok megadott koordinátáiból?
11. Hogyan kell megoldani egy lineáris, inhomogén egyenletrendszert a Cramer szabály segítségével?
12. Mi a mátrix?
13. Milyen speciális mátrixokat ismer?
14. Hogyan bővül ki a természetes számok köre a valós számok körévé?
15. Milyen műveletek végezhetőek halmazokkal? Ismertesse a műveletek definícióját és

tulajdonságait?

16. Mit értünk egy halmaz kiegészítő halmaza alatt?
17. Mi a függvény fogalma?
18. Mit értünk egyváltozós valós függvény alatt?
19. Mit értünk skalár-vektor függvény alatt?
20. Mit értünk vektor-skalár függvény alatt?
21. Mit értünk vektor-vektor függvény alatt?
22. Mi a geometriai jelentése egy egyváltozós valós függvény deriváltfüggvénye x_0 helyen vett helyettesítési értékének?
23. Mi a differencia- és mi a differenciálhányados definíciója?
24. Mi a geometriai jelentése egy egyváltozós valós függvény megadott intervallumon vett határozott integráljának?
25. Mi a valós számsorozat?
26. Milyen tulajdonságait ismeri a valós számsorozatoknak?
27. Mikor nevezünk egy sorozatot konvergensnek és mikor divergensnek?
28. Mi az egyváltozós valós függvény értelmezési tartománya és mi az értékkészlete?
29. Mi a monotonitás tulajdonsága és annak milyen változatait ismeri?
30. Mely tulajdonságokat értünk a függvény alakja alatt?
31. Milyen fajta határértékeit ismeri egy egyváltozós valós függvénynek?
32. Mikor nevezünk egy egyváltozós valós függvényt az x_0 helyen folytonosnak?
33. Mikor nevezünk egy egyváltozós valós függvényt egy intervallumban folytonosnak?
34. Melyek az elemi függvények?
35. Melyek az algebrai függvények?
36. Melyek a transzcendens függvények?
37. Elemi függvényekből hogyan állíthatók elő további egyváltozós valós függvények?
38. Mi az összetett függvény?
39. Mi az inverz függvénypár?
40. Hogy szólnak az általános differenciálási szabályok?
41. Hogy szólnak az elemi függvények differenciálási szabályai?
42. Milyen függvények esetében kell alkalmazni a logaritmikus differenciálás módszerét? Ismertesse a módszert!
43. Mit értünk paraméteresen megadott függvény alatt és hogyan kell azt differenciálni?
44. Mi a Rolle- és a Lagrange-féle középérték tétel geometriai tartalma?
45. Hogy szól a Rolle- és a Lagrange-féle középérték tétel?
46. Mit értünk egy függvény magasabb rendű deriváltja alatt?
47. Hogy szól a L'Hospital szabály?
48. Mi egy egyváltozós valós függvény x_0 -beli lokális szélsőértéke létezésének szükséges és elégséges feltétele?
49. Mi egy egyváltozós valós függvény x_0 -beli inflexiós pontja létezésének szükséges és elégséges feltétele?
50. Ismertesse a függvénydiszkusszió menetét!