

PMKMALB003J Matematika III.  
Levelező-távoktatás, villamosmérnök szak

## MATEMATIKA

(A tantárgy tartalma és a tananyag elsajátításának időterve.)

Összeállította: Dr. Sárvári Csaba

### Tankönyvek

Megegyeznek az 1. és 2. félévben használtakkal, de **kiegészülnek** a Kandó Főiskola Matematika II. (2. Rész) (Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1975.) **18. Laplace-transzformáció** című fejezetével (a továbbiakban: **LTR**) és a **Feladatok a Laplace-transzformációhoz** című gyűjteménnyel (a továbbiakban: **FELLTR**).

### 3. félév

#### A tantárgy tartalma

Laplace-transzformáció

A Laplace-transzformáció definíciója: a Laplace-integrál és konvergenciája.

A Laplace-transzformáció inverze.

A Laplace-transzformáció és inverzének linearitása.

Néhány, a gyakorlat szempontjából fontos függvény Laplace-transzformáltja:

- exponenciális függvény
- trigonometrikus függvények
- hatványfüggvény
- Dirac-féle  $\delta(t)$  függvény
- egységugrás  $1(t)$  függvény
- exponenciális függvénnyel szorzott függvény
- hatványfüggvénnyel szorzott függvény
- függvény  $n$ -edrendű derivált függvénye
- függvény integrálja

Az inverz Laplace-transzformáció módszerei:

- a konvolúció tétele
- kifejtési tételek.

A Laplace-transzformáció alkalmazása: első- és másodrendű, lineáris, állandó együtthatós, inhomogén differenciálegyenletek megoldása, alkalmas kezdeti feltételek mellett.

A sorok elmélete

A számsor fogalma és konvergenciája.

A konvergencia szükséges feltétele.

Nevezetes számsorok: a geometriai sor és a harmonikus sor.

Előjeltartó és váltakozó előjelű számsorok.

Konvergencia-kritériumok előjeltartó és váltakozó előjelű számsorokra.

Abszolút és feltételes konvergencia.

Függvénysorok és konvergenciájuk, műveletek konvergens függvénysorokkal.

Hatványsorok és konvergenciájuk, műveletek hatványsorokkal.

A Taylor-sor és a Maclaurin-sor, mint speciális hatványsorok.

Néhány fontos függvény Maclaurin-sora és alkalmazásuk.

Periodikus függvények Fourier-sorfejtése.

A Fourier-együtthatók.

Páros és páratlan függvények Fourier-sora.

Ismétlés az 1. és 2. féléves tananyagból, felkészülés a szigorlatra.

### **A tananyag elsajátításának időterve**

#### **1. konferencia**

##### **A Laplace-transzformáció**

A Laplace-transzformáció és inverzének definíciója és lineáris tulajdonsága.

Néhány, a gyakorlat szempontjából fontos függvény Laplace-transzformáltja.

Az inverz Laplace-transzformáció módszerei.

##### **A tananyag önálló feldolgozásának időterve**

1. egység (kb. 10 óra): az **LTR** 18.1; 18.2; 18.3 és 18.4 pontok és alpontjaik áttanulmányozása, különös tekintettel a feladatmegoldásokra.

2. egység (kb. 10 óra): az **LTR** 18.5 pontja bevezető részének, valamint a 18.5.3 és a 18.5.4. alpontok áttanulmányozása, különös tekintettel a feladatmegoldásokra.

3. egység (kb. 10 óra): az alább felsorolt feladatok önálló megoldása: **FELLTR** 1.1; 1.3; 1.4; 1.8; 1.10; 3.2; 3.6; 3.10; 3.11; 3.12; 3.13; 3.24.

#### **2. konferencia**

##### **Állandó együtthatós differenciálegyenletek egy partikuláris megoldásának meghatározása a Laplace-transzformáció alkalmazásával**

A Laplace-transzformáció alkalmazása megfelelő kezdeti feltételekkel megadott, első- és másodrendű, állandó együtthatós differenciálegyenletek megoldására.

Áramkör számítási alkalmazások.

##### **A tananyag önálló feldolgozásának időterve**

1. egység (kb. 10 óra): az **LTR** 18.6 pontjának áttanulmányozása, különös tekintettel a feladatmegoldásokra.

2. egység (kb. 10 óra): az alább felsorolt feladatok önálló megoldása: **FELLTR** 4.1; 4.2; 4.4; 4.5; 4.7; 4.8.

3. egység (kb. 10 óra): ismeretbővítés céljából, az **LTR** 18.7, 18.8 és 18.9 pontjának áttanulmányozása, különös tekintettel a fejezetben definiált fogalmakra.

**A 3. egység tananyagának feldolgozása – azaz a kijelölt fejezetek gondos áttanulmányozása – után, házi feladatként, önálló jegyzetet kell készíteni!**

#### **3. konferencia**

##### **A numerikus sor és kapcsolata a függvénysorral**

A számsor fogalma, konvergenciája, a konvergencia szükséges feltétele.

A mértani sor, a harmonikus és a hiperharmonikus sor.

Műveletek számsorokkal.

Konvergenciakritériumok pozitív tagú sorokra, a Leibniz-féle sor konvergenciájának szükséges és elégséges feltétele.

A függvénysor fogalma és kapcsolata a számsorral.

##### **A tananyag önálló feldolgozásának időterve**

1. egység (kb. 10 óra): az **ANAL** 6. Végtelen sorok című fejezetéből a 6.1 Numerikus sorok című pont bevezetőjének és 6.1.1 Konvergens és divergens számsorok című alpont áttanulmányozása után, a **FEL** 9.1; 9.6 és 9.7 feladataiban megadott

sorok első hat részletösszegének felírása.

2. egység (kb. 10 óra): az ANAL 6.1.2; 6.1.3; 6.1.4 és 6.1.5 alpontjainak áttanulmányozása.

3. egység (kb. 10 óra): az ANAL 6.1.6 alpontjának – különös tekintettel a D'Alembert és a Cauchy-féle konvergencia kritériumra – áttanulmányozása után, a FEL 9.35; 9.41; 9.43; 9.53 és 9.54 feladatainak megoldása. Az ANAL 6.2 Függvénysorok című pont bevezetőjének és a 6.2.1 alpont áttanulmányozása.

#### **4. konferencia**

##### **A Fourier-sor, mint speciális függvénysor**

Műveletek konvergens függvénysorokkal:

- a függvénysor tagjainak csoportosítása,
- véges sok tag elhagyása a függvénysorból illetve véges sok függvény hozzávétele a függvénysorhoz,
- a homogenitás tulajdonsága,
- a tagonkénti differenciálhatóság és integrálhatóság.

Trigonometrikus függvények által alkotott függvénysor.

Periodikus függvények Fourier-sorfejtése:  $2\pi$  illetve  $T$  szerint periodikus függvények Fourier-együtthatóinak meghatározása,

Páros és páratlan függvény Fourier-együtthatói.

##### **A tananyag önálló feldolgozásának időterve**

1. egység (kb. 10 óra): az ANAL 6. Végtelen sorok című fejezetéből a 6.2.2 Műveletek függvénysorokkal és a 6.2.5 Fourier-sorok című alpontok áttanulmányozása,

- az utóbbi alpont megoldott példái nélkül.

2. egység (kb. 10 óra): a 6.2.5 Fourier-sorok című alpont megoldott példáinak egyenkénti áttanulmányozása, úgy, hogy közvetlenül az 1. példa áttanulmányozása után önállóan megoldandó a FEL 9.191 feladat, a 2. példát követően a FEL 9.185 feladat, végül a 3. példa után a FEL 9.195 feladat.

3. egység (kb. 10 óra): önállóan megoldandók a FEL 9.186; 9.192; 9.201 és 9.204 feladatok.

#### **5. konferencia**

##### **A hatványsor, mint speciális függvénysor és a Taylor-sor, mint speciális hatványsor.**

##### **A szigorlati tananyag összefoglalása.**

Hatványfüggvények által alkotott függvénysor.

A hatványsor konvergenciája, a konvergenciasugár és meghatározása.

A Taylor (Maclaurin)-sor és a Taylor(Maclaurin)-együtthatók meghatározása.

Néhány, a gyakorlat szempontjából fontos függvény Maclaurin-sora.

A szigorlatra való felkészülés szempontjai, célszerű módszerei.

##### **A tananyag önálló feldolgozásának időterve**

1. egység (kb. 10 óra): az ANAL 6. Végtelen sorok című fejezetéből a 6.2.3 Hatványsorok – a D) Néhány hatványsor vizsgálata című rész nélkül, – és a 6.2.4

Taylor-sor mint speciális hatványsor című alpontok áttanulmányozása, – az alpontok megoldott példái nélkül.

2. egység (kb. 10 óra): a fenti alpont megoldott példáinak, egyenkénti áttanulmányozása.

A B) A konvergenciasugár meghatározása című rész 1. példájának áttanulmányozása

után, önállóan megoldandó a FEL 9.111 feladat. A 2. példát követően

a FEL 9.112 feladat, a 3. példa után pedig a FEL 9.120 feladat, és az ezen

részt záró, sorszám nélküli példa után a FEL 9.110 feladat. Áttanulmányozandó

a 6.2.3 Hatványsorok alpont D) Néhány ... című része és a 6.2.4 Taylor-sor ... című alpont. Ennek sorszám nélküli példája után megoldandó a FEL 9.134 feladat, a két sorszámozott példa után pedig a FEL 9.181 és 9.180 feladat.

3. egység (kb. 10 óra): önállóan megoldandók a FEL 9.114; 9.116; 9.119; 9.136; 9.137; 9.146 és 9.179 feladatok.