

# TANTÁRGYI TEMATIKA ÉS TELJESÍTÉSI KÖVETELMÉNYEK

## 2022/2023 1. FÉLÉV

|                                  |                 |   |
|----------------------------------|-----------------|---|
|                                  | <b>Cím</b>      | <i>Műszaki Matematika 3</i>                     |
|                                  | <b>Tárgykód</b> | MSB295MLEP                                      |
| <b>Félévi óraszám: ea/gy/lab</b> |                 | 5\10\0  |
| <b>Kreditpont</b>                |                 | 3   |
| <b>Szak(ok)/ típus</b>           |                 | Építőmérnök, Gépészmérnök                       |
| <b>Tagozat</b>                   |                 | levelező  |
| <b>Követelmény</b>               |                 | Évközi jegy                                     |
| <b>Meghirdetés féléve</b>        |                 | 2022/2023 őszi                                  |
| <b>Előzetes követelmény(ek)</b>  |                 | Műszaki Matematika 2.                           |
| <b>Oktató tanszék(ek)</b>        |                 | Mérnöki Matematika Tanszék                      |
| <b>Tárgyfelelős</b>              |                 | Dr. Perjésiné dr. Hámori Ildikó egyetemi docens |
| <b>Oktatók</b>                   |                 | Pilgermájer Ákos mesteroktató                   |

## TÁRGYLEÍRÁS

A tantárgy rövid leírása (max. 10 rövid mondat). (Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Alapadatok/Tárgyleírás rovat)

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a közönséges differenciálegyenletek mérnöki problémákban leggyakrabban előforduló típusait, azok megoldási módszereit továbbá a véletlent tartalmazó mérnöki problémák modellezését és analízisét. A kurzus segíti a hallgatót a véletlen tömegjelenségek felismerésében, a modellalkotásban, az elméleti alapok elsajátításában és a statisztikai számítások kivitelezésében, annak érdekében, hogy képesek legyenek mérnöki tudományokban alkalmazni azt. Lehetőség szerint számítógép használata egyes problémák megoldásához, szemléltetéséhez.

## TÁRGYTEMATIKA

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika ablak)

### 1. AZ OKTATÁS CÉLJA

Célkitűzések és a tantárgy teljesítésével elérhető tanulási eredmények megfogalmazása.

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Oktatás célja rovat)

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a közönséges differenciálegyenletek mérnöki problémákban leggyakrabban előforduló típusait, azok megoldási módszereit továbbá a véletlent tartalmazó mérnöki problémák modellezését és analízisét. A kurzus segíti a hallgatót a véletlen tömegjelenségek felismerésében, a modellalkotásban, az elméleti alapok elsajátításában és a statisztikai számítások kivitelezésében, annak érdekében, hogy képesek legyenek mérnöki tudományokban alkalmazni azt. Lehetőség szerint számítógép használata egyes problémák megoldásához, szemléltetéséhez.

### 2. A TANTÁRGY TARTALMA

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Tantárgy tartalma rovat)

## TÉMAKÖRÖK

### ELŐADÁS

#### Differenciálegyenletek

1. Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása.
2. Elsőrendű differenciálegyenletek.
3. Másodrendű differenciálegyenletek.

#### Valószínűségszámítás elemei

1. Véletlen események, tömegjelenségek. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái.
2. Valószínűségek számítása kombinatorikus, geometriai eszközökkel.
3. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele és Bayes-tétel.
4. Diszkrét, folytonos valószínűségi változók. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, variancia, szórás.
5. Több valószínűségi változó együttes eloszlása, kovarianciája, korrelációja és függetlensége.
6. Nevezetes diszkrét, folytonos valószínűségi változók.
7. Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvénye. Centrális határeloszlás-tétel.

#### Statisztika elemei

1. Matematikai statisztika alapfogalmai: minta, mintarealizáció, tapasztalati eloszlás,  $\sim$ -függvény, sűrűség-histogram, statisztikák.

## GYAKORLAT

2. Pontbecslések. Átlag, szórás pontbecslése momentumok és maximum likelihood módszerrel.
3. Intervallum becslések konfidencia intervallummal.
4. Hipotézisvizsgálatok. Null-, alternatív hipotézis, statisztikai próba, elfogadási és kritikus tartomány.
5. Főbb paraméteres és nem paraméteres próbák. Lineáris regresszió.

### Differenciálegyenletek

1. Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása.
2. Elsőrendű differenciálegyenletek.
3. Másodrendű differenciálegyenletek.

### Valószínűségszámítás elemei

1. Véletlen események, tömegjelenségek. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái.
2. Valószínűségek számítása kombinatorikus, geometriai eszközökkel.
3. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele és Bayes-tétel.
4. Diszkrét, folytonos valószínűségi változók. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, variancia, szórás.
5. Több valószínűségi változó együttes eloszlása, kovarianciája, korrelációja és függetlensége.
6. Nevezetes diszkrét, folytonos valószínűségi változók.
7. Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvénye. Centrális határeloszlás-tétel.

### Statisztika elemei

1. Matematikai statisztika alapfogalmai: minta, mintarealizáció, tapasztalati eloszlás,  $\sim$ -függvény, sűrűség-hisztogram, statisztikák.
2. Pontbecslések. Átlag, szórás pontbecslése momentumok és maximum likelihood módszerrel.
3. Intervallum becslések konfidencia intervallummal.
4. Hipotézisvizsgálatok. Null-, alternatív hipotézis, statisztikai próba, elfogadási és kritikus tartomány.
5. Főbb paraméteres és nem paraméteres próbák. Lineáris regresszió.

## LABOR- GYAKORLAT

Nincs.

## RÉSZLETES TANTÁRGYI PROGRAM ÉS A KÖVETELMÉNYEK ÜTEMEZÉSE

*Jelezzük az oktatási szüneteket is!*

### ELŐADÁS

| <i>konzu<br/>ltáció<br/>s<br/>alkalo<br/>m</i> | Téma   | Kötelező irodalom<br>hivatkozás,<br>oldalszám (-tól-ig) | Teljesítendő<br>feladat<br>(beadandó,<br>zárthelyi, stb.) | Teljesítés ideje,<br>határideje |
|--|--|---|---|---------------------------------|
| 1.   | Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása. Megoldások típusai. Elsőrendű, szétválasztható változójú; lineáris, inhomogén differenciálegyenlet. Másodrendű, x-ben vagy y-ban hiányos differenciálegyenletek. Másodrendű, lineáris, állandó együtthatós inhomogén differenciálegyenletek.  | [KTT] 412-434<br>[KTT] 435-465                          | ...   | ...                             |
| 2.   | Véletlen események, tömegjelenségek, eseménytér. Műveletek eseményekkel, eseményalgebra, valószínűségi mérték. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái. Összeg és szorzás szabály. Valószínűségek számítása kombinatorikus eszközökkel. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele, Bayes- | [TTVAL] 7-27  |   |                                 |

|    |  |  |     |  |
|----|--|--|-----|--|
|    | tétel. Döntési fa és inverze. Valószínűségek számítása geometriai eszközökkel.   |  |     |  |
| 3. | Valószínűségi változók: diszkrét, folytonos. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény. Két valószínűségi változó együttes eloszlása, együttes sűrűségfüggvénye. Valószínűségi változók függetlensége. Várható érték, variancia és szórás, kovariancia, korreláció. Nevezetes diszkrét valószínűségi változók: egyenletes, Bernoulli, binomiális, hipergeometrikus eloszlás (visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel), Poisson. Nevezetes folytonos valószínűségi változók: egyenletes, exponenciális, normál (Gauss). | [TTVAL] 28-91  | ZH1 |  |
| 4. | Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvényének Csebisev és Bernoulli-féle alakjai. Centrális határeloszlás-tétel. Várható érték és szórás pontbecslése. Becslések torzítatlansága, konzisztenciája. Intervallumbecslések: konfidencia intervallum várható értékre, szórásra normál populációk esetén.  | [TTVAL] 92-100<br>[TTMATSTAT] 43-66,<br>74-83, 89-92 | ZH2 |  |
| 5. | Statisztikai hipotézisek. Null- és alternatív hipotézisek elfogadása és visszautasítása. Első és másodfajú hibák. Az illesztés jóságának tesztje khi-négyzet módszerrel. Lineáris regresszió és korrelációszámítás.  | [TTMATSTAT] 93-106,<br>109- 125, 143-150             | ZH3 |  |

#### **GYAKORLAT/LABORGYAKORLAT**

| <b>Okta-<br/>tási<br/>hét</b> | <b>Téma</b>  | <b>Kötelező irodalom,<br/>oldalszám (-tól-ig)</b> | <b>Teljesítendő<br/>feladat<br/>(beadandó,<br/>zárthelyi, stb.)</b> | <b>Teljesítés ideje,<br/>határideje</b> |
|-------------------------------|--|---|---|---|
| 1.                            | Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása. Megoldások típusai. Elsőrendű, szétválasztható változójú; lineáris, inhomogén differenciálegyenlet. Másodrendű, x-ben vagy y-ban hiányos differenciálegyenletek. Másodrendű, lineáris, állandó együtthatós inhomogén differenciálegyenletek.  |   |   |   |
| 2.                            | Véletlen események, tömegjelenségek, eseménytér. Műveletek eseményekkel, eseményalgebra, valószínűségi mérték. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái. Összeg és szorzás szabály. Valószínűségek számítása kombinatorikus eszközökkel. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel. Döntési fa és inverze. Valószínűségek számítása geometriai eszközökkel. |   |   |   |
| 3.                            | Valószínűségi változók: diszkrét, folytonos. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény. Két valószínűségi változó együttes eloszlása, együttes sűrűségfüggvénye. Valószínűségi változók függetlensége. Várható érték, variancia és szórás, kovariancia, korreláció. Nevezetes diszkrét valószínűségi változók: egyenletes, Bernoulli, binomiális,  |   |   |   |

|    |   |  |  |  |
|----|---|--|--|--|
|    | hipergeometrikus eloszlás (visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel), Poisson. Nevezetes folytonos valószínűségi változók: egyenletes, exponenciális, normál (Gauss).  |  |  |  |
| 4. | Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvényének Csebisev és Bernoulli-féle alakjai. Centrális határeloszlás-tétel. Várható érték és szórás pontbecslése. Becslések torzítatlansága, konzisztenciája. Intervallumbecslések: konfidencia intervallum várható értékre, szórásra normál populációk esetén. |  |  |  |
| 5. | Statistikai hipotézisek. Null- és alternatív hipotézisek elfogadása és visszautasítása. Első és másodfajú hibák. Az illesztés jóságának tesztje khi-négyzet módszerrel. Lineáris regresszió és korrelációszámítás.  |  |  |  |

### 3. SZÁMONKÉRÉSI ÉS ÉRTÉKELÉSI RENDSZER

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Számonkérési és értékelési rendszere rovat)

#### JELLENLÉTI ÉS RÉSZVÉTELI KÖVETELMÉNYEK

A PTE TVSz 45. § (2) és 9. számú melléklet 3§ szabályozása szerint a hallgató számára az adott tárgyból érdemjegy, illetve minősítés szerzése csak abban az esetben tagadható meg hiányzás miatt, ha nappali tagozaton egy tantárgy esetén a tantárgyi tematikában előírányzott foglalkozások több mint 30%-áról hiányzott.

**A jelenlét ellenőrzésének módja** (pl.: jelenléti ív / online teszt/ jegyzőkönyv, stb.)

Jelenléti ív/ online teszt

#### SZÁMONKÉRÉSEK

A tantárgy követelménytípusának megfelelő rovatok töltendők ki (félévközi jeggyel, vagy vizsgával záruló tantárgyak). A másik típus rovatokai törölhetők.

#### Félévközi jeggyel záruló tantárgy (PTE TVSz 40§(3))

**Félévközi ellenőrzések, teljesítményértékelések és részarányuk a minősítésben** (A táblázat példái törölendők.)

| Típus | Értékelés | Részarány a minősítésben |
|-------|-----------|--------------------------|
| 1. zh | 30 pont   | 30%                      |
| 2. zh | 50 pont   | 50 %                     |
| 3. zh | 20 pont   | 20 %                     |

Minden ZH megírása kötelező, kihagyása előzetesen bejelentett és nyomós indokkal fogadható el maximum egy esetben. Mindegyik ZH pontosan akkor sikeres, ha legalább 40 %-osan teljesített. A félévközi teljesítményt a sikeres ZH-k pontjaiból, azok fenti táblázat szerinti súlyozott átlaga adja.

**Pótlási lehetőségek módja, típusa** (PTE TVSz 47§(4))

A javításra, ismétlésre és pótlásra vonatkozó különös szabályokat a TVSz általános szabályaival együttesen kell értelmezni és alkalmazni. Pl.: minden ZH és a beadandó jegyzőkönyvek, ..., a szorgalmi időszakban legalább egy-egy alkalommal pótolhatók/javíthatók, továbbá a vizsgaidőszak első két hetében legalább egy alkalommal lehetséges a ZH-k, a beadandók, ..., javítása/pótlása.

Az esetleg kimaradt ZH pótlása, vagy a legrosszabb százalékos teljesítményű ZH javítása utolsó héten esedékes. A vizsgaidőszak első két hetében egy alkalommal lehet javítani a félévközi sikertelen teljesítményt az egész félév anyagát lefedő dolgozat megírásával.

**Az érdemjegy kialakításának módja %-os bontásban**

Az összesített teljesítmény alapján az alábbi szerint.

| Érdemjegy     | Teljesítmény %-ban kifejezve |
|---------------|------------------------------|
| jeles (5)     | 85 % ...                     |
| jó (4)        | 70 % ... 85 %                |
| közepes (3)   | 55 % ... 70 %                |
| elégséges (2) | 40 % ... 55 %                |

|               |            |
|---------------|------------|
| elégtelen (1) | 40 % alatt |
|---------------|------------|

Az egyes érdemjegyeknél megadott alsó határérték már az adott érdemjegyhez tartozik.

#### 4. IRODALOM

Felsorolás fontossági sorrendben. (Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Irodalom rovat)

##### **KÖTELEZŐ IRODALOM ÉS ELÉRHETŐSÉGE**

[KTT] Kovács József, Takács Gábor, Takács Miklós, *Analízis*, Tankönyvkiadó, Budapest 1986

[TTVAL] Tómacs Tibor, *Valószínűségszámítás*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[TTMATSTAT] Tómacs Tibor, *Matematikai Statisztika*, Eger, 2021, [Letöltés](#)

##### **AJÁNLOTT IRODALOM ÉS ELÉRHETŐSÉGE**

[TTVALGYAK] Tómacs Tibor, *Valószínűségszámítás gyakorlatok*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[TTMATSTATGYAK] Tómacs Tibor, *Matematikai Statisztika Gyakorlatok*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[LO] Lukács Ottó, *Matematikai Statisztika példatár, 2. kiadás*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1996

[SV] Scharnitzky Viktor: *Differenciálegyenletek*, Műszaki Könyvkiadó, ISBN: 12165344

[AFS] Achs-Fekete-Sárvári: *Matematika példatár és feladatgyűjtemény I.*, PTE PMMF

[SGY] Solt Gy.: *Valószínűségszámítás* Műszaki Kiadó ISBN 9789631630374

[ET] Az MS Teams vagy Moodle kurzushoz tartozó felületén található oktatási anyagok