

TANTÁRGYI TEMATIKA ÉS TELJESÍTÉSI KÖVETELMÉNYEK

2022/2023 1. FÉLÉV

<i>Cím</i>	<i>Műszaki Matematika 3</i>
<i>Tárgykód</i>	MSB295MNEP
<i>Heti óraszám: ea/gy/lab</i>	1\2\0
<i>Kreditpont</i>	3
<i>Szak(ok)/ típus</i>	Építőmérnök, Gépészmérnök
<i>Tagozat</i>	nappali
<i>Követelmény</i>	Évközi jegy
<i>Meghirdetés féléve</i>	2022/2023 ősz
<i>Előzetes követelmény(ek)</i>	Műszaki Matematika 2.
<i>Oktató tanszék(ek)</i>	Mérnöki Matematika Tanszék
<i>Tárgyfelelős</i>	Dr. Perjésiné dr. Hámori Ildikó egyetemi docens
<i>Oktatók</i>	Pilgermájer Ákos mesteroktató

TÁRGYLEÍRÁS

A tantárgy rövid leírása (max. 10 rövid mondat). (Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Alapadatok/Tárgyleírás rovat)

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a közönséges differenciálegyenletek mérnöki problémákban leggyakrabban előforduló típusait, azok megoldási módszereit továbbá a véletlent tartalmazó mérnöki problémák modellezését és analízisét. A kurzus segíti a hallgatót a véletlen tömegjelenségek felismerésében, a modellalkotásban, az elméleti alapok elsajátításában és a statisztikai számítások kivitelezésében, annak érdekében, hogy képesek legyenek mérnöki tudományokban alkalmazni azt. Lehetőség szerint számítógép használata egyes problémák megoldásához, szemléltetéséhez.

TÁRGYTEMATIKA

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika ablak)

1. AZ OKTATÁS CÉLJA

Célkitűzések és a tantárgy teljesítésével elérhető tanulási eredmények megfogalmazása.

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Oktatás célja rovat)

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a közönséges differenciálegyenletek mérnöki problémákban leggyakrabban előforduló típusait, azok megoldási módszereit továbbá a véletlent tartalmazó mérnöki problémák modellezését és analízisét. A kurzus segíti a hallgatót a véletlen tömegjelenségek felismerésében, a modellalkotásban, az elméleti alapok elsajátításában és a statisztikai számítások kivitelezésében, annak érdekében, hogy képesek legyenek mérnöki tudományokban alkalmazni azt. Lehetőség szerint számítógép használata egyes problémák megoldásához, szemléltetéséhez.

2. A TANTÁRGY TARTALMA

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Tantárgy tartalma rovat)

TÉMAKÖRÖK

ELŐADÁS

Differenciálegyenletek

1. Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása.
2. Elsőrendű differenciálegyenletek.
3. Másodrendű differenciálegyenletek.

Valószínűségszámítás elemei

1. Véletlen események, tömegjelenségek. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái.
2. Valószínűségek számítása kombinatorikus, geometriai eszközökkel.
3. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele és Bayes-tétel.
4. Diszkrét, folytonos valószínűségi változók. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, variancia, szórás.
5. Több valószínűségi változó együttes eloszlása, kovarianciája, korrelációja és függetlensége.
6. Nevezetes diszkrét, folytonos valószínűségi változók.
7. Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvénye. Centrális határeloszlás-tétel.

Statisztika elemei

1. Matematikai statisztika alapfogalmai: minta, mintarealizáció, tapasztalati eloszlás, \sim -függvény, sűrűséghistogram, statisztikák.

GYAKORLAT

2. Pontbecslések. Átlag, szórás pontbecslése momentumok és maximum likelihood módszerrel.
3. Intervallum becslések konfidencia intervallummal.
4. Hipotézisvizsgálatok. Null-, alternatív hipotézis, statisztikai próba, elfogadási és kritikus tartomány.
5. Főbb paraméteres és nem paraméteres próbák. Lineáris regresszió.

Differenciálegyenletek

1. Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása.
2. Elsőrendű differenciálegyenletek.
3. Másodrendű differenciálegyenletek.

Valószínűségszámítás elemei

1. Véletlen események, tömegjelenségek. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái.
2. Valószínűségek számítása kombinatorikus, geometriai eszközökkel.
3. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele és Bayes-tétel.
4. Diszkrét, folytonos valószínűségi változók. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, variancia, szórás.
5. Több valószínűségi változó együttes eloszlása, kovarianciája, korrelációja és függetlensége.
6. Nevezetes diszkrét, folytonos valószínűségi változók.
7. Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvénye. Centrális határeloszlás-tétel.

Statisztika elemei

1. Matematikai statisztika alapfogalmai: minta, mintarealizáció, tapasztalati eloszlás, \sim -függvény, sűrűség-hisztogram, statisztikák.
2. Pontbecslések. Átlag, szórás pontbecslése momentumok és maximum likelihood módszerrel.
3. Intervallum becslések konfidencia intervallummal.
4. Hipotézisvizsgálatok. Null-, alternatív hipotézis, statisztikai próba, elfogadási és kritikus tartomány.
5. Főbb paraméteres és nem paraméteres próbák. Lineáris regresszió.

LABOR- GYAKORLAT

Nincs.

RÉSZLETES TANTÁRGYI PROGRAM ÉS A KÖVETELMÉNYEK ÜTEMEZÉSE

Jelezzük az oktatási szüneteket is!

ELŐADÁS

Okta- tási hét	Téma	Kötelező irodalom hivatkozás, oldalszám (-tól-ig)	Teljesítendő feladat (beadandó, zárthelyi, stb.)	Teljesítés ideje, határideje
1.	Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása. Megoldások típusai. Elsőrendű, szétválasztható változójú; lineáris, inhomogén differenciálegyenlet.	[KTT] 412-434
2.				
3.	Másodrendű, x-ben vagy y-ban hiányos differenciálegyenletek. Másodrendű, lineáris, állandó együtthatós inhomogén differenciálegyenletek.	[KTT] 435-465		
4.				
5.	Véletlen események, tömegjelenségek, eseménytér. Műveletek eseményekkel, eseményalgebra, valószínűségi mérték. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái. Összeg és szorzás szabály. Valószínűségek számítása kombinatorikus eszközökkel. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele, Bayes-	[TTVAL] 7-44		

	tétel. Döntési fa és inverze. Valószínűségek számítása geometriai eszközökkel. Valószínűségi változók: diszkrét, folytonos. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény.			
6.				
7.	Két valószínűségi változó együttes eloszlása, együttes sűrűségfüggvénye. Valószínűségi változók függetlensége. Várható érték, variancia és szórás, kovariancia, korreláció.	[TTVAL] 45-72		
8.				
9.	Őszi szünet.			
10.				
11.	Nevezetes diszkrét valószínűségi változók: egyenletes, Bernoulli, binomiális, hipergeometrikus eloszlás (visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel), Poisson. Nevezetes folytonos valószínűségi változók: egyenletes, exponenciális, normál (Gauss). Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvényének Csebisev és Bernoulli-féle alakjai. Centrális határeloszlás-tétel.	[TTVAL] 73-100		
12.				
13.	Várható érték és szórás pontbecslése. Becslések torzítatlansága, konzisztenciája. Intervallumbecslések: konfidencia intervallum várható értékre, szórásra normál populációk esetén.	[TTMATSTAT] 43-66, 74-83, 89-92		
14.				
15.	Statisztikai hipotézisek. Null- és alternatív hipotézisek elfogadása és visszautasítása. Első és másodfajú hibák. Az illesztés jóságának tesztje khi-négyzet módszerrel. Lineáris regresszió és korrelációszámítás.	[TTMATSTAT] 93-106, 109-125, 143-150		

GYAKORLAT/LABORGYAKORLAT

Okta- tási hét	Téma	Kötelező irodalom, oldalszám (-tól-ig)	Teljesítendő feladat (beadandó, zárthelyi, stb.)	Teljesítés ideje, határideje
1.	Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása. Megoldások típusai. Elsőrendű, szétválasztható változójú differenciálegyenlet.			
2.	Elsőrendű, lineáris, homogén, inhomogén differenciálegyenlet. Lagrange-féle konstans variálás módszere.			
3.	Másodrendű, x-ben vagy y-ban hiányos differenciálegyenletek. Másodrendű, lineáris, állandó együtthatós inhomogén differenciálegyenletek. Próbafüggvény módszere.			
4.	ZH1		zh1	Gyakorlat ideje
5.	Véletlen események, tömegjelenségek, eseménytér. Műveletek eseményekkel, eseményalgebra, valószínűségi mérték. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái. Összeg és szorzás szabály. Valószínűségek számítása kombinatorikus eszközökkel.			

6.	Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel. Döntési fa és inverze.		
7.	Valószínűségek számítása geometriai eszközökkel. Valószínűségi változók: diszkrét, folytonos. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény.		
8.	Két valószínűségi változó együttes eloszlása, együttes sűrűségfüggvénye. Valószínűségi változók függetlensége.		
9.	Őszi szünet.		
10.	Várható érték, variancia és szórás, kovariancia, korreláció.		
11.	Binomiális és Poisson, exponenciális és normális eloszlások, Nagy számok törvénye, Moivre – Laplace-tétel.		
12.	ZH2.	zh2	Gyakorlat ideje
13.	Pontbecslések momentum és maximum likelihood módszerrel. Intervallum becslések.		
14.	ZH3.	zh3	Gyakorlat ideje
15.	Pót-, javítóZH		

3. SZÁMONKÉRÉSI ÉS ÉRTÉKELÉSI RENDSZER

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Számonkérési és értékelési rendszere rovat)

JELENLÉTI ÉS RÉSZVÉTELI KÖVETELMÉNYEK

A PTE TVSz 45.§ (2) és 9. számú melléklet 3§ szabályozása szerint a hallgató számára az adott tárgyból érdemjegy, illetve minősítés szerzése csak abban az esetben tagadható meg hiányzás miatt, ha nappali tagozaton egy tantárgy esetén a tantárgyi tematikában előírányzott foglalkozások több mint 30%-áról hiányzott.

A jelenlét ellenőrzésének módja (pl.: jelenléti ív / online teszt/ jegyzőkönyv, stb.)

Jelenléti ív/ online teszt

SZÁMONKÉRÉSEK

A tantárgy követelménytípusának megfelelő rovatok töltendők ki (félévközi jeggyel, vagy vizsgával záruló tantárgyak). A másik típus rovatokai törölhetők.

Félévközi jeggyel záruló tantárgy (PTE TVSz 40§(3))

Félévközi ellenőrzések, teljesítményértékelések és részarányuk a minősítésben (A táblázat példái törölendők.)

Típus	Értékelés	Részarány a minősítésben
1. zh	30 pont	30%
2. zh	50 pont	50 %
3. zh	20 pont	20 %

Minden ZH megírása kötelező, kihagyása előzetesen bejelentett és nyomós indokkal fogadható el maximum egy esetben. Mindegyik ZH pontosan akkor sikeres, ha legalább 40 %-osan teljesített. A félévközi teljesítményt a sikeres ZH-k pontjaiból, azok fenti táblázat szerinti súlyozott átlaga adja.

Pótlási lehetőségek módja, típusa (PTE TVSz 47§(4))

A javításra, ismétlésre és pótlásra vonatkozó különös szabályokat a TVSz általános szabályaival együttesen kell értelmezni és alkalmazni. Pl.: minden ZH és a beadandó jegyzőkönyvek, ..., a szorgalmi időszakban legalább egy-egy alkalommal pótolhatók/javíthatók, továbbá a vizsgaidőszak első két hetében legalább egy alkalommal lehetséges a ZH-k, a beadandók, ..., javítása/pótlása.

Az esetleg kimaradt ZH pótlása, vagy a legrosszabb százalékos teljesítményű ZH javítása utolsó héten, gyakorlat idejében esedékes. A vizsgaidőszak első két hetében egy alkalommal lehet javítani a félévközi sikertelen teljesítményt az egész félév anyagát lefedő dolgozat megírásával.

Az érdemjegy kialakításának módja %-os bontásban

Az összesített teljesítmény alapján az alábbi szerint.

Érdemjegy	Teljesítmény %-ban kifejezve
jeles (5)	85 % ...
jó (4)	70 % ... 85 %
közepes (3)	55 % ... 70 %
elégseges (2)	40 % ... 55 %
elégtelen (1)	40 % alatt

Az egyes érdemjegyeknél megadott alsó határérték már az adott érdemjegyhez tartozik.

4. IRODALOM

Felsorolás fontossági sorrendben. (Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Irodalom rovat)

KÖTELEZŐ IRODALOM ÉS ELÉRHETŐSÉGE

[KTT] Kovács József, Takács Gábor, Takács Miklós, *Analízis*, Tankönyvkiadó, Budapest 1986

[TTVAL] Tómacs Tibor, *Valószínűségszámítás*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[TTMATSTAT] Tómacs Tibor, *Matematikai Statisztika*, Eger, 2021, [Letöltés](#)

AJÁNLOTT IRODALOM ÉS ELÉRHETŐSÉGE

[TTVALGYAK] Tómacs Tibor, *Valószínűségszámítás gyakorlatok*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[TTMATSTATGYAK] Tómacs Tibor, *Matematikai Statisztika Gyakorlatok*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[LO] Lukács Ottó, *Matematikai Statisztika példatár, 2. kiadás*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1996

[SV] Scharnitzky Viktor: *Differenciálegyenletek*, Műszaki Könyvkiadó, ISBN: 12165344

[AFS] Achs-Fekete-Sárvári: *Matematika példatár és feladatgyűjtemény I.*, PTE PMMF

[SGY] Solt Gy.: *Valószínűségszámítás Műszaki Kiadó* ISBN 9789631630374

[ET] Az MS Teams vagy Moodle kurzushoz tartozó felületén található oktatási anyagok