

# TANTÁRGYI TEMATIKA ÉS TELJESÍTÉSI KÖVETELMÉNYEK

## 2022/2023 2. (KERESZT)FÉLÉV

<i>Cím</i>	<i>Műszaki Matematika 3</i>
<i>Tárgykód</i>	MSB295MNEP, MSB295MNEPD, MSB295MNGM, MSB295MNGMD
<i>Heti óraszám: ea/gy/lab</i>	1\2\0
<i>Kreditpont</i>	3
<i>Szak(ok)/ típus</i>	Építőmérnök, Gépészmérnök
<i>Tagozat</i>	nappali
<i>Követelmény</i>	Évközi jegy
<i>Meghirdetés féléve</i>	2022/2023 tavasz
<i>Előzetes követelmény(ek)</i>	Műszaki Matematika 2.
<i>Oktató tanszék(ek)</i>	Mérnöki Matematika Tanszék
<i>Tárgyfelelős</i>	Dr. Perjésiné dr. Hámori Ildikó egyetemi docens
<i>Oktatók</i>	Pilgermájer Ákos mesteroktató

## TÁRGYLEÍRÁS

A tantárgy rövid leírása (max. 10 rövid mondat). (Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Alapadatok/Tárgyleírás rovat)

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a közönséges differenciálegyenletek mérnöki problémákban leggyakrabban előforduló típusait, azok megoldási módszereit továbbá a véletlent tartalmazó mérnöki problémák modellezését és analízisét. A kurzus segíti a hallgatót a véletlen tömegjelenségek felismerésében, a modellalkotásban, az elméleti alapok elsajátításában és a statisztikai számítások kivitelezésében, annak érdekében, hogy képesek legyenek mérnöki tudományokban alkalmazni azt. Lehetőség szerint számítógép használata egyes problémák megoldásához, szemléltetéséhez.

## TÁRGYTEMATIKA

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika ablak)

### 1. AZ OKTATÁS CÉLJA

Célkitűzések és a tantárgy teljesítésével elérhető tanulási eredmények megfogalmazása.

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Oktatás célja rovat)

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a közönséges differenciálegyenletek mérnöki problémákban leggyakrabban előforduló típusait, azok megoldási módszereit továbbá a véletlent tartalmazó mérnöki problémák modellezését és analízisét. A kurzus segíti a hallgatót a véletlen tömegjelenségek felismerésében, a modellalkotásban, az elméleti alapok elsajátításában és a statisztikai számítások kivitelezésében, annak érdekében, hogy képesek legyenek mérnöki tudományokban alkalmazni azt. Lehetőség szerint számítógép használata egyes problémák megoldásához, szemléltetéséhez.

### 2. A TANTÁRGY TARTALMA

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Tantárgy tartalma rovat)

## TÉMAKÖRÖK

### ELŐADÁS

#### Differenciálegyenletek

1. Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása.
2. Elsőrendű differenciálegyenletek.
3. Másodrendű differenciálegyenletek.

#### Valószínűségszámítás elemei

1. Véletlen események, tömegjelenségek. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái.
2. Valószínűségek számítása kombinatorikus, geometriai eszközökkel.
3. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele és Bayes-tétel.
4. Diszkrét, folytonos valószínűségi változók. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, variancia, szórás.
5. Több valószínűségi változó együttes eloszlása, kovarianciája, korrelációja és függetlensége.
6. Nevezetes diszkrét, folytonos valószínűségi változók.
7. Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvénye. Centrális határeloszlás-tétel.

#### Statisztika elemei

1. Matematikai statisztika alapfogalmai: minta, mintarealizáció, tapasztalati eloszlás,  $\sim$ -függvény, sűrűséghisztogram, statisztikák.

## GYAKORLAT

2. Pontbecslések. Átlag, szórás pontbecslése momentumok és maximum likelihood módszerrel.
3. Intervallum becslések konfidencia intervallummal.
4. Hipotézisvizsgálatok. Null-, alternatív hipotézis, statisztikai próba, elfogadási és kritikus tartomány.
5. Főbb paraméteres és nem paraméteres próbák. Lineáris regresszió.

### Differenciálegyenletek

1. Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása.
2. Elsőrendű differenciálegyenletek.
3. Másodrendű differenciálegyenletek.

### Valószínűségszámítás elemei

1. Véletlen események, tömegjelenségek. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái.
2. Valószínűségek számítása kombinatorikus, geometriai eszközökkel.
3. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele és Bayes-tétel.
4. Diszkrét, folytonos valószínűségi változók. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, variancia, szórás.
5. Több valószínűségi változó együttes eloszlása, kovarianciája, korrelációja és függetlensége.
6. Nevezetes diszkrét, folytonos valószínűségi változók.
7. Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvénye. Centrális határeloszlás-tétel.

### Statisztika elemei

1. Matematikai statisztika alapfogalmai: minta, mintarealizáció, tapasztalati eloszlás,  $\sim$ -függvény, sűrűség-hisztogram, statisztikák.
2. Pontbecslések. Átlag, szórás pontbecslése momentumok és maximum likelihood módszerrel.
3. Intervallum becslések konfidencia intervallummal.
4. Hipotézisvizsgálatok. Null-, alternatív hipotézis, statisztikai próba, elfogadási és kritikus tartomány.
5. Főbb paraméteres és nem paraméteres próbák. Lineáris regresszió.

Nincs.

## LABOR- GYAKORLAT

## RÉSZLETES TANTÁRGYI PROGRAM ÉS A KÖVETELMÉNYEK ÜTEMEZÉSE

*Jelezzük az oktatási szüneteket is!*

### ELŐADÁS

Okta- tási hét	Téma	Kötelező irodalom hivatkozás, oldalszám (-tól-ig)	Teljesítendő feladat (beadandó, zárthelyi, stb.)	Teljesítés ideje, határideje
1.	Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása. Megoldások típusai. Elsőrendű, szétválasztható változójú; lineáris, inhomogén differenciálegyenlet.	[KTT] 412-434	Órai teszt	
2.				
3.	Másodrendű, x-ben vagy y-ban hiányos differenciálegyenletek. Másodrendű, lineáris, állandó együtthatós inhomogén differenciálegyenletek.	[KTT] 435-465	Órai teszt	
4.				
5.	Véletlen események, tömegjelenségek, eseménytér. Műveletek eseményekkel, eseményalgebra, valószínűségi mérték. A valószínűség Kolmogorov-féle axiómái. Összeg és szorzás szabály. Valószínűségek számítása kombinatorikus eszközökkel. Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele, Bayes-	[RJT] 11-40	Órai teszt	

6.	tétel. Döntési fa és inverze. Valószínűségek számítása geometriai eszközökkel.			
7.	Valószínűségi változók: diszkrét, folytonos. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény egy több változóban, függetlenség. Várható érték, variancia és szórás, kovariancia, korreláció.	[RJTJ] 40-80	Órai teszt	
8.				
9.	Tavaszi szünet.			
10.				
11.	Nevezetes diszkrét valószínűségi változók: egyenletes, Bernoulli, binomiális, hipergeometrikus eloszlás (visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel), Poisson. Nevezetes folytonos valószínűségi változók: egyenletes, exponenciális, normál (Gauss). Markov- és Csebisev- egyenlőtlenségek. Nagy számok törvényének Csebisev és Bernoulli-féle alakjai. Centrális határeloszlás-tétel.	[RJTJ] 80-123	Órai teszt	
12.				
13.	A matematikai statisztika alapfogalmai, minta, tapasztalati eloszlás-, sűrűségfüggvény, leíró statisztika. Statisztikai függvény, várható értéke és szórása. Pontbecslések. Becslések torzítatlansága, konzisztenciája. Legnagyobb valószínűség elve. Intervallumbecslések, a becslés megbízhatósága, konfidencia intervallum várható értékre, szórásra normál populációk esetén.	[RJTJ] 123-170	Órai teszt	
14.				
15.	Statisztikai hipotézisek. Null- és alternatív hipotézisek elfogadása és visszautasítása. Első és másodfajú hibák. Főbb paraméteres próbák. Nem paraméteres próbák: illeszkedésvizsgálat, homogenitásvizsgálat, függetlenségvizsgálat khi-négyzet módszerrel. Lineáris regresszió és korrelációs számítás.	[RJTJ] 170-229	Órai teszt	

#### GYAKORLAT/LABORGYAKORLAT

Okta- tási hét	Téma	Kötelező irodalom, oldalszám (-tól-ig)	Teljesítendő feladat (beadandó, zárthelyi, stb.)	Teljesítés ideje, határideje
1.	Közönséges differenciálegyenlet fogalma, osztályozása. Megoldások típusai. Elsőrendű, szétválasztható változójú differenciálegyenlet.		Órai teszt	
2.	Elsőrendű, lineáris, homogén, inhomogén differenciálegyenlet. Lagrange-féle konstans variálás módszere. KÉP megoldása.		Órai teszt	
3.	Másodrendű, x-ben vagy y-ban hiányos differenciálegyenletek. Másodrendű, lineáris, állandó együtthatós inhomogén		Órai teszt	

	differenciálegyenletek. Próbafeüggvény módszere.			
4.	ZH1		zh1	Gyakorlat ideje
5.	Véletlen események, tömegjelenségek, eseménytér. Műveletek eseményekkel, eseményalgebra, valószínűségi mérték. Összeg és szorzás szabály. Valószínűségek számítása kombinatorikus eszközökkel.		Órai teszt	
6.	Feltételes valószínűség. Események függetlensége. Valószínűségek szorzás szabálya. Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel. Döntési fa és inverze. Valószínűségek számítása geometriai eszközökkel.		Órai teszt	
7.	Valószínűségi változók: diszkrét, folytonos. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény és tulajdonságaik.		Órai teszt	
8.	Két valószínűségi változó együttes és perem eloszlása, együttes és perem sűrűségfüggvénye. Valószínűségi változók függetlensége. Feltételes sűrűség- és eloszlásfüggvény. Várható érték, variancia és szórás, kovariancia, korreláció.		Órai teszt	
9.	Tavaszi szünet.			
10.				
11.	Bernoulli, binomiális és Poisson; geometriai, exponenciális, gamma és normális eloszlások. Nagy számok törvényei, központi határeloszlás tétel, Moivre – Laplace-tétel.		Órai teszt	
12.	ZH2.		zh2	Gyakorlat ideje
13.	Leíró statisztika, grafikus eszközök.		Órai teszt	
14.	Pontbecslések momentum és maximum likelihood módszerrel. Intervallum becslések, konfidencia intervallumok normál eloszlások esetén. Hipotézis vizsgálat alapjai.		Órai teszt	
15.	Pótlások, javítások			

### 3. SZÁMONKÉRÉSI ÉS ÉRTÉKELÉSI RENDSZER

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Számonkérési és értékelési rendszere rovat)

#### JELLENLÉTI ÉS RÉSZVÉTELI KÖVETELMÉNYEK

A PTE TVSz 45.§ (2) és 9. számú melléklet 3§ szabályozása szerint a hallgató számára az adott tárgyból érdemjegy, illetve minősítés szerzése csak abban az esetben tagadható meg hiányzás miatt, ha nappali tagozaton egy tantárgy esetén a tantárgyi tematikában előírt foglalkozások több mint 30%-áról hiányzott.

**A jelenlét ellenőrzésének módja** (pl.: jelenléti ív / online teszt/ jegyzőkönyv, stb.)

Jelenléti ív/ online teszt

#### SZÁMONKÉRÉSEK

A tantárgy követelménytípusának megfelelő rovatok töltendők ki (félévközi jeggyel, vagy vizsgával záruló tantárgyak). A másik típus rovatokai törölhetők.

#### **Félévközi jeggyel záruló tantárgy (PTE TVSz 40§(3))**

**Félévközi ellenőrzések, teljesítményértékelések és részarányuk a minősítésben** (A táblázat példái törölendők.)

Típus	Értékelés	Részarány a minősítésben
1. zh	30 pont	30 %
2. zh	50 pont	50 %

Órai kérdések	20 pont	20 %
---------------	---------	------

Minden ZH megírása kötelező, kihagyása előzetesen bejelentett és nyomós indokkal fogadható el maximum egy esetben. Mindegyik ZH pontosan akkor sikeres, ha legalább 40 %-osan teljesített. A félévközi teljesítményt az órai kérdésekből és a sikeres ZH-kból gyűjtött pontok adják a fenti táblázat szerinti súlyozott átlaggal.

**Pótlási lehetőségek módja, típusa** (PTE TVSz 47§(4))

*A javításra, ismétlésre és pótlásra vonatkozó különös szabályokat a TVSz általános szabályaival együttesen kell értelmezni és alkalmazni. Pl.: minden ZH és a beadandó jegyzőkönyvek, ..., a szorgalmi időszakban legalább egy-egy alkalommal pótolhatók/javíthatók, továbbá a vizsgaidőszak első két hetében legalább egy alkalommal lehetséges a ZH-k, a beadandók, ..., javítása/pótlása.*

Az esetleg kimaradt ZH pótlása, vagy a legrosszabb százalékos teljesítményű ZH javítása a heti bontás szerinti héten esedékes.

A vizsgaidőszak első két hetében egy alkalommal lehet javítani a félévközi sikertelen teljesítményt az egész félév anyagát lefedő dolgozat megírásával, amellyel azonban *legfeljebb elégséges* jegy szerezhető!

**Az érdemjegy kialakításának módja %-os bontásban**

*Az összesített teljesítmény alapján az alábbi szerint.*

Érdemjegy	Teljesítmény %-ban kifejezve
jeles (5)	85 % ...
jó (4)	70 % ... 85 %
közepes (3)	55 % ... 70 %
elégséges (2)	40 % ... 55 %
elégtelen (1)	40 % alatt

Az egyes érdemjegyeknél megadott alsó határérték már az adott érdemjegyhez tartozik.

## 4. IRODALOM

**KÖTELEZŐ IRODALOM ÉS ELÉRHETŐSÉGE**

[KTT] Kovács József, Takács Gábor, Takács Miklós, *Analízis*, Tankönyvkiadó, Budapest 1986

[RJTJ] Reimann József, Tóth Julianna, *Valószínűségszámítás és matematikai statisztika*, Tankönyvkiadó, Budapest 1985

**AJÁNLOTT IRODALOM ÉS ELÉRHETŐSÉGE**

[TTVAL] Tómacs Tibor, *Valószínűségszámítás*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[TTMATSTAT] Tómacs Tibor, *Matematikai Statisztika*, Eger, 2021, [Letöltés](#)

[TTVALGYAK] Tómacs Tibor, *Valószínűségszámítás gyakorlatok*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[TTMATSTATGYAK] Tómacs Tibor, *Matematikai Statisztika Gyakorlatok*, Eger, 2022, [Letöltés](#)

[LO] Lukács Ottó, *Matematikai Statisztika példatár, 2. kiadás*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1996

[SV] Scharnitzky Viktor, *Differenciálegyenletek*, Műszaki Könyvkiadó, ISBN: 12165344

[AFS] Achs-Fekete-Sárvári, *Matematika példatár és feladatgyűjtemény I.*, PTE PMMF

[SGY] Solt György, *Valószínűségszámítás*, Műszaki Kiadó ISBN 9789631630374

[ET] Az MS Teams vagy Moodle kurzushoz tartozó felületén található oktatási anyagok