

TANTÁRGYI TEMATIKA ÉS TELJESÍTÉSI KÖVETELMÉNYEK

2022/23. 1. FÉLÉV

Cím **Alkalmazott Matematika 1**

| | |
|---------------------------------|---|
| <i>Tárgykód</i> | IVB007MNMI |
| <i>Heti óraszám: ea/gy/lab</i> | 2 ea/0 gy/ 2 lab |
| <i>Kreditpont</i> | 6 |
| <i>Szak(ok)/ típus</i> | Mérnök informatikus alapszak (BSc) |
| <i>Tagozat</i> | Nappali |
| <i>Követelmény</i> | félévközi |
| <i>Meghirdetés féléve</i> | tavaszi |
| <i>Előzetes követelmény(ek)</i> | Nincs |
| <i>Oktató tanszék(ek)</i> | Mérnöki matematika tanszék (100%) |
| <i>Tárgyfelelős</i> | Dr.Klincsik Mihály főiskolai tanár |
| <i>Oktatók</i> | Dr.Klincsik Mihály főiskolai tanár Pilgermajer Ákos mesteroktató |

TÁRGYLEÍRÁS

Az „Alkalmazott matematika 1” tantárgy keretén belül foglalkozunk a lineáris algebra alapjaival (vektorok, mátrixok, lineáris egyenletrendszerek) és alkalmazásokban előforduló fogalmakkal, eljárásokkal (lineáris leképezések, vektorterek, sajátértékek, ortogonalizálás)

TÁRGYTEMATIKA

1. AZ OKTATÁS CÉLJA

Az **Alkalmazott matematika 1** tantárgy célja a lineáris algebra klasszikus fejezeteinek megismerése (mátrixok, determinánsok) és a modern lineáris algebra alapjainak elsajátítása (vektorterek, lineáris leképezések, sajátértékek) a lineáris egyenletrendszerek megoldásán keresztül.

2. A TANTÁRGY TARTALMA

TÉMAKÖRÖK

ELŐADÁS

1. Követelmények ismertetése.
2. Sík és térbeli vektorok: szemléltetés, műveletek. Az R^n vektortér értelmezése, műveletek n -dimenziós vektorokkal. Skaláris szorzat, hossz és merőlegesség értelmezése n -dimenzióban. **Sík és egyenes egyenlete:** normál vektorokkal, paraméterekkel. Vektor merőleges vetítése egyenesre.
3. Térbeli vektorok vektoriális szorzata és alkalmazásai. Lineáris egyenletrendszer megoldás halmazának meghatározása Gauss-Jordan eliminációval. Geometriai szemléltetés 2D és 3D esetekben. Bővített mátrix **redukált lépcsős alakra** hozása elemi sor műveletekkel. Inhomogén egyenletrendszer és a hozzátartozó homogén egyenletrendszer kapcsolata, általános megoldás
4. Lineáris egyenletrendszer vektoros írásmódja. Vektortér és altér fogalma. Példák: R^n vektortér, sorozatok tere, polinomok tere, függvények tere. Vektorok lineáris kombinációja, kifeszített altér: $\text{Span}(H)$. Vektorok függetlensége, bázis fogalma. Dimenzió fogalma. Bázisra vonatkozó koordináták. Bázis és bázisra vonatkozó koordináták meghatározása redukált lépcsős alakból.
5. Mátrix algebra. Műveletek: összeg, szorzás skalárral, transzponálás, mátrixok szorzása. Műveleti tulajdonságok. Speciális mátrixok: zérus, egység, háromszög, diagonális, elemi, négyzetes, szimmetrikus. Négyzetes mátrixok hatványozása, inverze. Inverz számítás Gauss-eliminációval. Lineáris egyenletrendszer mátrix írásmódja.
6. Mátrix, mint lineáris leképezés: sorvektorok tere és oszlopvektorok tere, nulltér, képtér. Mátrix rangja és számítása Gauss-eliminációval. Dimenzió-tétel mátrixokra.
7. Áttérés bázisok között. R^2 sík lineáris transzformációi: forgatás, nagyítás, kicsinyítés, tükrözés, vetítés (projekció) altérre. Lineáris transzformáció mátrixa új bázisban!

8. Az 1. Minta zh. megoldása. **Zárthelyi dolgozat az 1-7. hét anyagából (90 perc).**
9. **Tavaszi szünet**
10. Négyzetes mátrixok determinánsa. Kifejtési tétel minor mátrixokkal. Determináns viselkedése elemi sor műveletek mellett. Szorzat mátrix determinánsa. Cramer-szabály. Mátrix inverze és az adjungált mátrix. Determináns, mint terület vagy térfogat.
11. Euklideszi-terek. Belső szorzattal vagy skaláris szorzattal rendelkező terek. Vektorok merőlegessége, távolsága és szöge. Ortogonális bázis.
12. Altérre merőleges altér. Merőlegességi kapcsolat mátrixok alterei között. Merőleges vetítés altérre. Vektorrendszer ortogonalizációja: Gram-Schmidt eljárás. Legkisebb négyzetek módszere.
13. Négyzetes mátrixok sajátértéke, sajátvektora. Karakterisztikus polinom. Hasonló mátrixok karakterisztikus polinomja. Sajátaltér fogalma. Mátrixok diagonális alakra hozása hasonlósági transzformációval. Szimmetrikus mátrixok sajátértékei valósak és diagonalizálható ortogonális transzformációval.
14. A 2. minta zh. megoldása
15. **2. Zárthelyi dolgozat a 10-14. hét anyagából (100 perc).**

GYAKORLAT

A gyakorlati foglalkozások követik az előadások anyagát és tematikáját.
A feladatok anyaga és a minta zh.-k letölthetők a Teams rendszerből.

LABOR- GYAKORLAT

RÉSZLETES TANTÁRGYI PROGRAM ÉS A KÖVETELMÉNYEK ÜTEMEZÉSE

Jelezzük az oktatási szüneteket is!

ELŐADÁS és GYAKORLATOK

Minden előadáshoz PowerPointban készített bemutató tartozik, mely a Ms Teams felületről letölthető. Ezeket kell feldolgozni, megtanulni, értelmezni!

| Okta- tási hét | Téma | Kötelező irodalom hivatkozás, oldalszám. PowerPoint prezentáció neve | Teljesítendő feladat (beadandó, zárthelyi) | Teljesítés ideje, határideje |
|----------------------|---|---|---|---------------------------------|
| 1. | Követelmények ismertetése. Sík és térbeli vektorok: szemléltetés, műveletek. Az R^n vektortér értelmezése, műveletek n -dimenziós vektorokkal. Skaláris szorzat, hossz és merőlegesség értelmezése n -dimenzióban. | [1] „01_Eloadas_Alk_Mat1. pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 2. hét vége |
| 2. | Sík és egyenes egyenlete: normál vektorokkal, paraméterekkel. Vektor merőleges vetítése egyenesre. | [1] „01_Eloadas_Alk_Mat1. pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 3. hét vége |
| 3. | Térbeli vektorok vektoriális szorzata és alkalmazásai. Lineáris egyenletrendszer megoldás halmazának meghatározása Gauss-Jordan eliminációval. Geometriai szemléltetés 2D és 3D esetekben. Bővített mátrix redukált lépcsős alakra hozása elemi sor műveletekkel. Inhomogén egyenletrendszer és a hozzá tartozó homogén egyenletrendszer kapcsolata, általános megoldás | [1] „02_Eloadas_Alk_Mat1. pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 4. hét vége |
| 4. | Lineáris egyenletrendszer vektoros írásmódja. Vektortér és altér fogalma. Példák: R^n vektortér, sorozatok tere, polinomok tere, függvények tere. Vektorok lineáris kombinációja, kifeszített altér: $\text{Span}(H)$. Vektorok függetlensége, bázis fogalma. Dimenzió fogalma. Bázisra | [1] „02_Eloadas_Alk_Mat1. pdf” [1] „03_Eloadas_Alk_Mat1. pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 7. hét vége |

| | | | | |
|-----|---|--|--|---------------|
| | vonatkozó koordináták. Bázis és bázisra vonatkozó koordináták meghatározása redukált lépcsős alakból | | | |
| 5. | Mátrix algebra. Műveletek: összeg, szorzás skalárral, transzponálás, mátrixok szorzása. Műveleti tulajdonságok. Speciális mátrixok: zérus, egység, háromszög, diagonális, elemi, négyzetes, szimmetrikus. | [1] „04_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” [1] „05_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 7. hét vége |
| 6. | Négyzetes mátrixok hatványozása, inverze. Inverz számítás Gauss-eliminációval. Lineáris egyenletrendszer mátrix írásmódja | [1] „05_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 7. hét vége |
| 7. | Mátrix, mint lineáris leképezés: sorvektorok tere és oszlopvektorok tere, nulltér, képtér. Mátrix rangja és számítása Gauss-eliminációval. Dimenzió-tétel mátrixokra | [1] „06_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 8. hét eleje |
| 8. | 1. minta ZH. feladatainak megoldása | | elolvasni, megérteni, megtanulni | |
| 9. | Tavaszi szünet | | | |
| 10. | Áttérés bázisok között. R^2 sík lineáris transzformációi: forgatás, nagyítás, kicsinyítés, tükrözés, vetítés (projekció) altérre. Lineáris transzformáció mátrixa új bázisban | [1] „07_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 11. hét eleje |
| 11. | Determináns értelmezése és tulajdonságai. Kifejtési tételek. Cramer-szabály. Adjungált mátrix és az inverz. Terület változás lineáris transzformációk esetén. Példák determináns alkalmazására. | [1] „08_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 12. hét eleje |
| 12. | Euklideszi terek: belső szorzat. Vektorok hossza, távolsága, szöge. Merőlegesség, ortonormált rendszer. Gram-Schmidt-ortogonalizáció. Merőleges kiegészítő altér. Merőleges vetület számítása ortogonális bázis esetén. Mátrix sor tere és null tere merőlegesek. | [1] „09_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 13. hét eleje |
| 13. | Legkisebb négyzetek módszere | [1] „10_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 14. hét vége |
| 14. | Sajátérték, sajátvektor. Sajátaltér. Hasonló mátrixok sajátértéke. Négyzetes mátrixok diagonalizálása. Szimmetrikus mátrixok ortogonális diagonalizálása. | [1] „11_Eloadas_Alk_Mat1.pdf” | elolvasni, megérteni, megtanulni | 14. hét vége |
| 15. | 2. Zárthelyi dolgozat a 10-14. hét anyagából (100 perc). | | | |

3. SZÁMONKÉRÉSI ÉS ÉRTÉKELÉSI RENDSZER

(Neptunban: Oktatás/Tárgyak/Tárgy adatok/Tárgytematika/Számonkérési és értékelési rendszere rovat)

JELLENLÉTI ÉS RÉSZVÉTELI KÖVETELMÉNYEK

A PTE TVSz 45.§ (2) és 9. számú melléklet 3§ szabályozása szerint a hallgató számára az adott tárgyból érdemjegy, illetve minősítés szerzése csak abban az esetben tagadható meg hiányzás miatt, ha nappali tagozaton egy tantárgy esetén a tantárgyi tematikában előírányzott foglalkozások több mint 30%-áról hiányzott.

A jelenlét ellenőrzésének módja

SZÁMONKÉRÉSEK

A tantárgy követelménytípusának megfelelő rovatok töltendők ki (félévközi jeggyel, vagy vizsgával záruló tantárgyak). A másik típus rovatai törölhetők.

Félévközi jeggyel záruló tantárgy (PTE TVSz 40§(3))

Félévközi ellenőrzések, teljesítményértékelések és részarányuk a minősítésben (A táblázat példái törölendők.)

| Típus | Értékelés | Részarány a minősítésben |
|-----------------------|-----------|--------------------------|
| 1. ZH (papíros alapú) | pontozás | 50 % |
| 2. ZH (Maple alapú) | pontozás | 50 % |

Pótlási lehetőségek módja, típusa (PTE TVSz 47§(4))

A javításra, ismétlésre és pótlásra vonatkozó különös szabályokat a TVSz általános szabályaival együttesen kell értelmezni és alkalmazni. Pl.: minden ZH és a beadandó jegyzőkönyvek, ..., a szorgalmi időszakban legalább egy-egy alkalommal pótolhatók/javíthatók, továbbá a vizsgaidőszak első két hetében legalább egy alkalommal lehetséges a ZH-k, a beadandók, ..., javítása/pótlása.

A két zárthelyi dolgozat közül az egyik pótlása, illetve a százalékosan gyengébben sikerült Zh. javítása a vizsgaidőszak első hetében. A teljes javító dolgozat a félév anyagából a vizsgaidőszak második hetében.

Az érdemjegy kialakításának módja %-os bontásban

Az összesített teljesítmény alapján az alábbi szerint.

| Érdemjegy | Teljesítmény %-ban kifejezve |
|---------------|------------------------------|
| jeles (5) | 85 % ... |
| jó (4) | 70 % ... 85 % |
| közepes (3) | 55 % ... 70 % |
| elégséges (2) | 40 % ... 55 % |
| elégtelen (1) | 40 % alatt |

Az egyes érdemjegyeknél megadott alsó határérték már az adott érdemjegyhez tartozik.

4. IRODALOM

KÖTELEZŐ IRODALOM ÉS ELÉRHETŐSÉGE

- [1] Előadások anyagának bemutatója PowerPoint prezentációkkal vagy pdf-ben (letöltés Teams-ből)
- Wettl Ferenc, Lineáris algebra, (2011), <http://tankonyvtar.ttk.bme.hu> (letöltés Teams-ből)

AJÁNLOTT IRODALOM ÉS ELÉRHETŐSÉGE

- Howard Anton, Chriss Rorres, Elementary Linear Algebra, Application version, 11th Edition, John Wiley & Sons, 2014. (letöltés Teams-ből)